Der Einfluss externer Repräsentationsformen auf proportionales Denken im Grundschulalter

vorgelegt von Diplom-Psychologin
Susanne Koerber

Vom Fachbereich 11 - Maschinenbau und Produktionstechnik

der Technischen Universität Berlin

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Philosophie
– Dr. phil. –

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. Bernhard Wilpert
Erste Berichterin: Prof. Dr. Elsbeth Stern
Zweiter Berichter: Prof. Dr. Arnold Upmeyer

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 14.12.2000

Berlin 2000

D 83

Die Macht der Bilder

Der Mensch macht sich von den Dingen, mit denen er in Berührung kommt und auskommen muß, Bilder, kleine Modelle, die ihm verraten, wie sie funktionieren. Solche Bildnisse macht er sich auch von Menschen: aus ihrem Verhalten in gewissen Situationen, das er beobachtet hat, schließt er auf bestimmtes Verhalten in anderen, zukünftigen Situationen. Der Wunsch, dieses Verhalten vorausbestimmen zu können, bestimmt ihn gerade zu dem Entwerfen solcher Bildnisse. Den fertigen Bildnissen gehören also auch solche Verhaltensarten des Mitmenschen zu, die nur vorgestellte, erschlossene (nicht beobachtete) vermutliche Verhaltensarten sind. Dies führt oft zu falschen Bildern und auf Grund dieser falschen Bilder zu falschem eigenen Verhalten, um so mehr, als sich alles nicht ganz bewusst abspielt. Es entstehen Illusionen, die Mitmenschen enttäuschen, ihre Bildnisse werden undeutlich; zusammen mit den nur vorgestellten Verhaltensarten werden auch die wirklich wahrgenommenen undeutlich und unglaubhaft; ihre Behandlung wird unverhältnismäßig schwierig. Ist es also falsch, aus den wahrgenommenen Verhaltensarten auf vermutliche zu schließen? Kommt nur alles darauf an, richtiges Schließen zu lernen? Es kommt viel darauf an, richtiges Schließen zu lernen, aber dies genügt nicht. Es genügt nicht, weil die Menschen nicht ebenso fertig sind, wie die Bildnisse, die man von ihnen macht und die man also auch besser nie ganz fertig machen sollte. Außerdem muss man aber auch sorgen, dass die Bildnisse nicht nur den Mitmenschen, sondern auch die Mitmenschen den Bildnissen gleichen. Nicht nur das Bildnis eines Menschen muss geändert werden, wenn der Mensch sich ändert, sondern auch der Mensch kann geändert werden, wenn man ihm ein gutes Bild vorhält. Wenn man den Menschen liebt, kann man aus seinen beobachteten Verhaltensarten und der Kenntnis seiner Lage solche Verhaltensarten für ihn ableiten, die für ihn gut sind. Man kann dies ebenso wie er selber. Aus den vermutlichen Verhaltensarten werden so wünschbare. Zu der Lage, die sein Verhalten bestimmt, zählt sich plötzlich der Beobachter selber. Der Beobachter muss also dem Beobachteten *ein gutes Bildnis schenken*, das er von ihm gemacht hat. Er kann Verhaltensarten einfügen, die der andere selber gar nicht fände, diese zugeschobenen Verhaltensarten bleiben aber keine Illusion des Beobachters; sie werden zu Wirklichkeiten: *Das Bildnis ist produktiv geworden*, es kann den Abgebildeten verändern, es enthält (ausführbare) Vorschläge. Solch ein Bildnis machen heißt lieben.

(Berthold Brecht. Über das Anfertigen von Bildnissen)

Danksagung

Diese Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit im *Enterprise*–Projekt am Max-Planck-Institut, Berlin. Allen Mitgliedern, vor allem natürlich der Leiterin dieses Projektes und meiner Betreuerin, Frau Prof. Dr. Elsbeth Stern, möchte ich herzlich für Ihre Hilfe danken. Auch Herrn Prof. Dr. Upmeyer gilt mein Dank für seine Unterstützung dieses Dissertationsvorhabens und die Einladung in seine anregenden Kolloquien an der Technischen Universität, Berlin.

Diese Arbeit wäre nicht ohne die zahlreichen Versuchsteilnehmer entstanden. Ihnen, ihren Eltern und den Lehrern gilt ebenfalls mein Dank. Besonders bedanken möchte ich mich für das Engagement von Frau Sabine Schulz bei den Pilottestungen. Auch bei der Konzeption der Repräsentationsformen erhielt ich tatkräftige Mithilfe. Herr Kuhnert setzte meine Ideen des Kontextualisierten Graphen am Computer um, und Herr Dr. Elwin Savelsbergh unterstützte mich – neben fachlichen Diskussionen - auch mit seinem physikalischem Know-How bei der Realisierung meiner Konzeption der Balkenwaage, die Herr Stöwer und Herr Hübke bauten.

Schließlich möchte ich noch Herrn Prof. Dr. Andreas Krapp für seine konstruktive Rückmeldung zu dieser Arbeit danken und Frau Hella Beister für ihr gründliches Korrekturlesen.

Ganz besonderer Dank gilt Frau Dr. Ilonca Hardy, die mich nicht nur als zweite Versuchsleiterin bei der Durchführung der Experimente unterstützte, sondern deren Bereitschaft zu interessanten und konstruktiven Diskussionen wesentlich zu dem Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Ein großer Dank gilt schließlich auch meinen Eltern und meiner Schwester Martina.

Susanne Koerber

Einleitung

Spätestens in der Sekundarstufe wird deutlich, dass die mathematisch-naturwissenschaftlichen Kompetenzen deutscher Schüler hinter national und international gesetzten Maßstäben zurückbleiben. Den Schülern fehlt häufig ein elaboriertes konzeptuelles Verständnis der Inhalte, und sie haben Schwierigkeiten mit der flexiblen Erschließung und Lösung neuer Probleme. Eine Ursache hierfür können Defizite in der Nutzung angemessener externer Repräsentationen sein. Dazu gehören beispielsweise Graphen und Diagramme, die für die Darstellung und Nutzung von naturwissenschaftlichem Wissen zentral sind. Wird der Umgang mit externen Repräsentationen beherrscht, ermöglichen sie Lernenden, sich rasch auf neue Problemsituationen einzustellen und flexibel ihr bereits erworbenes Wissen anzuwenden. Externe Repräsentationen ermöglichen ähnlich wie Sprache und mathematische Formeln über die Abbildung direkt wahrnehmbarer Ereignisse hinaus die Konstruktion abstrakter Konzepte. Das Potential externer Repräsentationsformen sollte auch deshalb im Unterricht genutzt werden, weil vielen naturwissenschaftlichen Konzepten gemeinsame Problemstrukturen zugrunde liegen (z.B. Proportionalität), die sehr gut an externen Repräsentationen verdeutlicht werden können.

Für die Qualität der Vermittlung mathematisch-naturwissenschaftlicher Fähigkeiten sind jedoch nicht nur Merkmale des aktuellen Unterrichts der Sekundarstufe zu berücksichtigen. Vielmehr ist davon auszugehen, dass die Nutzung von Lerngelegenheiten im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht der Sekundarstufe auch von den Vorbereitungen in der Grundschule abhängt. Vieles spricht dafür, dass anspruchsvolle naturwissenschaftliche Konzepte bereits im Mathematik- oder Sachunterricht der Grundschule behandelt werden könnten. Dies schließt auch den effizienten Umgang mit externen Repräsentationen ein. Obwohl Graphen und Diagramme in den Unterrichtsmaterialien aller Klassenstufen zu finden sind, gibt es doch wenig Forschung zu ihrer speziellen Wirksamkeit im Grundschulalter. Dementsprechend werden auch Möglichkeiten einer systematischen Förderung kaum thematisiert. Dieses Defizit in der Forschung soll in dieser Arbeit aufgegriffen werden. Der effektive Einsatz externer Repräsentationsformen in der Grundschule für kognitiv anspruchsvolle Tätigkeiten steht im Mittelpunkt dieser Arbeit.

In Kapitel 1 führe ich zunächst allgemein in die Thematik der Repräsentationen ein, indem ich auf die Terminologie, Kategorisierung und Funktion von Repräsentationsformen verweise. Es zeigt sich, dass bei kognitiv anspruchsvollen Aufgaben vor allem Logische Bilder wie Graphen eine herausragende

Bedeutung besitzen. Sie nehmen eine Zwischenstellung zwischen symbolischen Repräsentationen (z.B. Sprache) und ikonischen Repräsentationen (z.B. Reale Bilder) ein. Ihre symbolische, kontextunabhängige Abbildungsart verhilft ihnen zu einem großen Anwendungsbereich über verschiedene Inhalte hinweg. Auf der anderen Seite erlauben Logische Bilder durch ihre depiktionale Visualisierung eine simultane Informationsentnahme und damit einen schnellen und effektiven Zugriff auf Information.

In Kapitel 2 gebe ich einen ausführlichen Literaturüberblick über die Forschung zu Wirkung, Voraussetzung und Förderung der effektiven Nutzung von externen Repräsentationsformen (besonders von Logischen Bildern). Die Befunde verdeutlichen, dass adäquate externe Repräsentationsformen sinnvoll genutzt werden können, um neue Informationen effizient und schnell aufzunehmen. Wenig Forschung gibt es hingegen zu der Frage, inwiefern externe Repräsentationen über die Wissensanreicherung hinaus den Aufbau eines grundlegenden Konzeptverständnisses fördern können. Ob beispielsweise Misskonzepte und Fehlvorstellungen in einem Bereich mithilfe von externen Repräsentationsformen überwunden werden können, wird selten thematisiert. Weiterhin zeigt der Literaturüberblick, dass sich die Forschung zum Umgang mit externen Repräsentationen überwiegend auf ältere Schüler und Erwachsene konzentriert, obwohl einige wenige Arbeiten bereits Vor- und Grundschulkindern erstaunliche räumlich visuelle Kompetenzen bescheinigen. In dieser Arbeit werden beide Forschungsdefizite aufgegriffen: Es wird untersucht, ob ein Training im Umgang mit externen Repräsentationen Grundschulkindern bei der Überwindung eines Misskonzeptes hilft.

In Kapitel 3 wird auf der Grundlage von Theorien zum Konzeptwechsel und zur Situierten Kognition erörtert, warum externe Repräsentationsformen hilfreich bei der Überwindung von Misskonzepten sein können. In meiner Arbeit steht das additive Misskonzept beim proportionalen Denken im Mittelpunkt. Dabei handelt es sich um die falsche Überzeugung, zueinander proportionale Verhältnisse seien durch gleichmäßiges Addieren statt Multiplizieren beider Komponenten (Divident und Divisor) herzustellen.

In Kapitel 4 wird ein Literaturüberblick über die zahlreichen Arbeiten zum proportionalen Denken im Kindesalter gegeben. Es wird deutlich, dass proportionales Denken eine Fähigkeit ist, die sich über einen sehr langen Zeitraum im Kindes- und Jugendalter hinweg entwickeln kann. Obwohl schon Fünfjährige Vorformen proportionalen Denkens zeigen, sind selbst bei Schülern der Sekundarstufe noch Defizite bei entsprechend schwierigen Aufgaben zu beobachten. Ein potentielles Problem liegt darin, dass die Schüler proportionale Strukturen häufig nicht mithilfe externer Repräsentationen explizit machen können, so dass falsche Strategien (wie das additive Misskonzept) zum Tragen kommen.

Ziel der in dieser Arbeit beschriebenen Untersuchung ist es herauszufinden, inwiefern das additive Misskonzept beim proportionalen Denken durch den Umgang mit angemessenen Repräsentationsformen überwunden werden kann. In Kapitel 5 wird ausgeführt, wie sich drei Repräsentationsformen trotz ähnlicher Möglichkeiten, proportionale Probleme abzubilden, bezüglich der (kognitiven) Handlungen unterscheiden können, zu denen sie auffordern. Es werden eine Balkenwaage, der Graph einer linearen Funktion in seiner abstrakten Form sowie in einer an den Problemkontext angepassten Form miteinander verglichen.

In Kapitel 6 wird beschrieben, wie trotz der Abstriche, die bei dieser Verbindung von Interventionsstudie und experimenteller Methodik gemacht werden müssen, ein Trainingsexperiment für Viertklässler konzipiert wurde, das eindeutige Kausalschlüsse zulässt.

Die Ergebnisse der Studie, die in Kapitel 7 dargestellt werden, zeigen, dass sich insbesondere die Balkenwaage für die Überwindung des Misskonzeptes beim proportionalen Denken eignet, was damit erklärt wird, dass sie leichter intuitiv interpretierbar ist. Allerdings zeigte sich auch, dass unter allen drei Trainingsbedingungen deutlich profitiert wurde.

Das Potential von Repräsentationsformen für die Überwindung des additiven Misskonzeptes im Grundschulalter konnte demonstriert werden, was in Kapitel 8 abschließend diskutiert wird. Es konnte gezeigt werden, dass externe Repräsentationsformen bereits im Grundschulalter als hilfreiches Werkzeug für die Entwicklung eines elaborierten proportionalen Verständnisses dienen können, das Grundlage vieler naturwissenschaftlicher Konzepte in der Sekundarstufe ist.

- INHALTSVERZEICHNIS -

THEORETISCHER TEIL

1. Repräsentationsformen

"Ein Mönch machte sich auf den Weg zu einem Tempel – hoch auf einem Berg – um zu beten und zu meditieren. Er ging früh am Morgen los auf dem Pfad, der ihn zu dem Tempel führte. Er war ein alter Mann, und der Weg war steil. Daher verlangsamte er oft sein Tempo und ruhte sich bisweilen am Wegesrand aus. Gegen Abend erreichte er den Tempel oben auf dem Gipfel des Berges. Nach mehreren Tagen der Meditation und des Gebetes war es Zeit für ihn, wieder zu gehen. Früh am Morgen machte er sich auf den Weg. Auch diesmal änderte er häufig sein Tempo und ruhte sich aus. Gegen Abend kam er wieder im Tal an."

Mit dieser kurzen Geschichte ist eine Aufgabe verbunden: *Gibt es einen Punkt auf dem Weg zum Tempel, wo sich der Mönch auf seinem Hin- und Rückweg zu der exakt gleichen Tageszeit befand?*

Wie gehen Sie vor, wenn Sie vor solch einer Aufgabe stehen? Dieses Rätsel erinnert an eine Textaufgabe, und so würde man gewöhnlich versuchen, sich rechnerisch einer Lösung anzunähern. Da jedoch entscheidende Parameter fehlen, weder die genauen Aufbruchs- und Ankunftszeiten noch die Distanz bekannt sind, führt diese Herangehensweise zu keinem Erfolg. Welche weiteren Möglichkeiten gibt es, sich einer Lösung für dieses Problem anzunähern? Häufig greifen Personen bei dieser Aufgabe nach einer gewissen Zeit zu Stift und Papier, um sich die Situation graphisch zu verdeutlichen und - die Lösung wird direkt sichtbar. Das Liniendiagramm, in Abbildung 1-2, an dem die Zeit an der Abszisse und der Weg an der Ordinate abgetragen ist, zeigt auf einen Blick, dass sich die beiden eingezeichneten Linien für den Hin- und Rückweg genau einmal schneiden müssen. Es gibt also genau einen Punkt auf dem Weg zum Tempel, an dem sich der Mönch beim Hin- und Rückweg zu exakt der gleichen Tageszeit befindet. Variationen in Zeit und Geschwindigkeit bedeuten lediglich eine Verschiebung dieses (Schnitt)Punktes nach oben oder unten.

Mit diesem Beispiel soll auf die Bedeutung von Repräsentationsformen hingewiesen werden, die das Thema dieser Arbeit sind. Repräsentationsformen erlauben oftmals eine rasche und effiziente Herangehensweise für Probleme, welche ansonsten nur schwer gelöst werden können. Der Einfluss verschiedener Repräsentationsformen für zweidimensionales Denken im Grundschulalter soll in dieser Arbeit diskutiert werden.

In diesem Kapitel soll zunächst die Bedeutung von Repräsentationsformen im Allgemeinen erläutert werden. Dabei stelle ich nach einer kurzen begrifflichen Einordnung (Punkt 1.1) Kategorisierungsansätze externer Repräsentationsformen näher vor (Punkt 1.2). Hier konzentriere ich mich besonders auf visuell graphische Formen, von denen sogenannte Logische Bilder sowohl im Hinblick auf ihre Abgrenzung von anderen Visualisierungen als auch im Hinblick auf ihre Funktionsmächtigkeit eine Sonderstellung einnehmen. In Punkt 1.3 schließlich stelle ich mögliche Funktionen externer Repräsentationsformen für die Wissensvermittlung vor.

1.1 Begriffsabgrenzung

Der Ursprung des Wortes "Repräsentation" liegt in dem lateinischen Verb "praesentare", das mit "gegenwärtig machen", "vergegenwärtigen" übersetzt werden kann, und das die zentrale Funktion von Repräsentationen, nämlich etwas in das Zentrum der Aufmerksamkeit rücken, verdeutlicht. Der Begriff Repräsentation wird in der Psychologie sowohl für interne Abbilder, etwa als Bestandteil von mentalen Modellen, Schemata oder kognitiven Landkarten, wie auch für externe Darstellungen genutzt. Dabei stellen interne Repräsentationen nicht notwendigerweise konkrete, bewusst konstruierte und explizit verfügbare Abbilder von Objekten oder Ereignissen dar. Karmiloff-Smith (1992) nimmt in ihrer Entwicklungstheorie beispielsweise an, dass es einen Prozess der graduellen Umstrukturierung interner Repräsentationen (representational redescription) gibt, wobei implizite Repräsentationen in graduellen Schritten expliziert, d.h. metakognitiv zugänglich gemacht werden.

Wie man sich interne Repräsentationen vorzustellen hat, ist ein viel diskutiertes Thema in der Kognitiven Psychologie. Dabei werden vor allem zwei Formen genannt, nämlich ein analoges Format, d.h. die Struktur der Stimuli bleibt intern in einer quasi-bildlichen Art erhalten, sowie ein propositionales Format, d.h. Stimuli werden als abstrakte, amodale Repräsentationen von Ideen konzeptualisiert (siehe Anderson, 1978; Pylyshyn, 1973, 1981). Die Form interner Repräsentationen ist nicht nur per se bedeutsam, sondern spielt auch – unter bestimmten Forschungsperspektiven – für die Analyse der Funktion externer Repräsentationsformen eine Rolle, nämlich dann, wenn, wie im Informationsverarbeitungsansatz angenommen, der Nutzen externer Repräsentationsformen auf eine adäquate Passung externer und interner Repräsentationen zurückgeführt wird (siehe Kapitel 2).

Während die Bildung interner Repräsentationen nicht spezifisch menschlich sein muss (Gallistel, 1990), verfügt die Spezies Mensch über die Fähigkeit, auch externe Repräsentationen von

Elementen und Beziehungen zwischen Elementen zu konstruieren. Die Kategorisierung und Funktion externer Repräsentationen sollen im Folgenden diskutiert werden.

1.2 Kategorisierung von Repräsentationsformen

Die Vielfalt an externen Repräsentationsformen zieht mannigfache Kategorisierungsmöglichkeiten nach sich. Während Karmiloff-Smith (1992) alle notierbaren Darstellungen wie bildliche Zeichen, Zahlen, Buchstaben, musikalische Notationen, Landkarten und Diagramme von anderen nicht notierbaren, aber externen Symbolsystemen wie der gesprochenen Sprache unterscheidet, treffen Eysenck und Keane (1990) eine Unterteilung, die externe Repräsentationssysteme nach Charakteristika differenziert, die eher an die Einteilung von internen Repräsentationen erinnert. Die Autoren unterscheiden zwischen bildlichen Formen (aus der auch diagrammatische Formen hervorgehen) auf der einen Seite und auf Wörtern oder anderen geschriebenen Notationen basierende Darstellungen, die die Beziehung zwischen zwei Objekten oder Ereignissen abstrakt amodal ausdrücken, auf der anderen Seite.

Angelehnt an Ergebnisse der Intelligenzforschung könnte eine weitere Einteilung externe Repräsentationsformen in die natürliche Sprache, die mathematische Sprache und visuelle Darstellungsformen kategorisieren (siehe Abbildung 1-1).

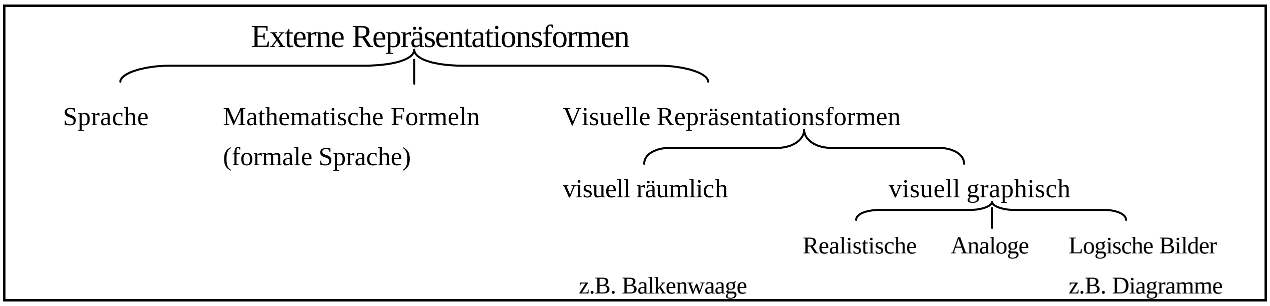


Abbildung 1-1: Eine mögliche Kategorisierung externer Repräsentationsformen

Dabei ist die Bedeutung der natürlichen Sprache und der formal-mathematischen Sprache für die Wissensvermittlung und kognitive Entwicklung unbestritten, was sich traditionell in eigenen Forschungsdisziplinen (Linguistik, Mathematikdidaktik) und deren Verankerung im Lehrplan durch eigene Unterrichtsfächer ausdrückt. Dagegen ist das Interesse an den wissensvermittelnden Funktionen visueller Darstellungen relativ jung. Nichtsdestotrotz wird auch ihnen zunehmend mehr Bedeutung für die schulische Instruktion zugesprochen. So kritisierte schon Olson (1977), dass sich der Unterricht zu sehr auf verbale Formen der Wissensvermittlung stützt, während durch die visuelle

Repräsentation von Informationen Fähigkeiten genutzt werden könnten, die für einige Probleme effektiver sind als verbale. In der vorliegenden Arbeit steht daher auch die Bedeutung visueller Repräsentationsformen für den Wissenserwerb im Mittelpunkt. Aus diesem Grund soll im Folgenden hauptsächlich auf Kategorisierung und Funktionen von Visualisierungen eingegangen werden.

Eine aufgrund äußerlicher Merkmale sinnvolle Spezifizierung von Visualisierungen könnte in einer Unterscheidung von visuell räumlichen Formen (d.h. physisch manipulierbaren Formen, z.B. Balkenwaage, Abakus) und visuell graphischen Formen (z.B. Diagramme, Tabellen) liegen (siehe Abbildung 1-1). Über die Rolle von visuell räumlichen Formen bei der Wissensvermittlung wird im Gegensatz zu der Rolle von visuell graphischen Formen in jüngster Zeit relativ wenig geforscht, obwohl sie in den Curricula der Bundesländer meist zur Verdeutlichung von Sachverhalten eine nicht zu unterschätzende Rolle spielen. Eine Ausnahme bilden hier beispielsweise die Untersuchungen von Stigler über die Bedeutung des Abakus im Mathematikunterricht (Stigler, 1984; Stigler, Chalip & Miller, 1986).

Visuell graphische Formen auf der anderen Seite wurden gerade in den letzten 20 Jahren zum Gegenstand eines enormen Forschungsinteresses (Levin, 1981; Mandl & Levin, 1989; Tufte, 1983). Dies liegt wohl daran, dass man bestimmten Formen - vor allem Logischen Bildern - durch ihren abstrakteren Gehalt weit höherwertige Wissensvermittlungsfähigkeiten zutraut als relativ konkreten, "begreifbaren", dreidimensionalen Gegenständen, die oft nur zur Veranschaulichung von Sachverhalten genutzt werden. Die Gruppe der visuell graphischen Formen umfasst wiederum so heterogene Repräsentationsarten wie eher abstrakte Diagramme, Graphen oder Tabellen, aber auch konkrete Visualisierungen wie Photographien, Zeichnungen und Landkarten. Auch für die Gruppe der visuell graphischen Darstellungen bestehen unterschiedliche Einteilungsmöglichkeiten. Diese sollen im Folgenden näher erläutert werden.

Eine (besonders im deutschen Sprachraum) weitgehend akzeptierte Kategorisierung visuell graphischer Formen ist die Unterteilung in 1) Realistische oder Darstellende Bilder, 2) Analogiebilder und 3) Logische Bilder (Knowlton, 1966; Schnotz, 1998; siehe Tabelle 1-1). Dabei fällt auf, dass bei dieser Einteilung zum einen der Grad der Realität oder Ikonizität der Abbildung zum Abgebildeten variiert, und zum anderen die Funktion. Während die sogenannten Realistischen oder Darstellenden Bildern vor allem der Darstellung / Repräsentation des abgebildeten, gemeinten Sachverhaltes dienen, zielen Analogiebilder gerade auf die Erschließung eines nicht direkt wahrnehmbaren Sachverhaltes ab. Logische Bilder dienen sowohl der Abbildung von direkt (mittels

Konventionen) ablesbaren Sachverhalten sowie darüber hinaus als Hilfe zum Erschließen oder auch Ablesen von komplexeren, ansonsten nicht leicht darzustellenden Zusammenhängen. Diese Unterschiede sollen nun näher erläutert werden.

Nach Schnotz (1998) zählen zu den Realistischen Bildern nicht nur Photographien und Gemälde, sondern auch Cartoons, Piktogramme und Landkarten, also Visualisierungen, die eine eindeutige Ähnlichkeit mit dem zu repräsentierenden Sachverhalt haben. Dementsprechend besteht die Funktion dieser Art von Visualisierungen vor allen Dingen in der Darstellung des abgebildeten Sachverhaltes (für eine ausführliche Diskussion siehe Peeck, 1994; Weidenmann, 1994).

Analogiebilder, auf der anderen Seite, beinhalten zwar auch häufig realistische Elemente, jedoch werden diese Elemente (aus meist sehr gut vertrauten Inhaltsgebieten) nicht zur Darstellung eben dieses Sachverhaltes genutzt, sondern metaphorisch, um schwierig oder gar nicht abbildbare Elemente oder Zusammenhänge und Prozesse darzustellen. Issing (1994) verwendet als Beispiel ein Analogiebild, das die Reaktionen von weißen Blutkörperchen auf schädliche Bakterien, die in eine Schnittwunde eindringen, durch die Abbildung eines Daumens mit einer Schnittwunde zeigt, in dem weiß dargestellte Männchen (weiße Blutkörperchen) dunkle, teufelsähnliche, in die Schnittwunde eindringende Figuren (Bakterien) aggressiv bekämpfen. Die Funktion von Analogiebildern besteht also darin, eine Hilfestellung bei der Gewinnung neuer Information zu leisten, und zwar durch Rückgriff auf vorhandene Erfahrungsstrukturen.

Logische Bilder wie beispielsweise Linien-, Balken- und Kreisdiagramme schließlich haben meist keine direkt visuell wahrnehmbare Ähnlichkeit mit einem Gegenstand aus der Umwelt und sind nach Schnotz (1998) durch ihre Funktion gekennzeichnet, abstrakte Sachverhalte zu veranschaulichen. Im Unterschied zu Analogiebildern werden abstrakte (nur indirekt erschließbare) Zusammenhänge bei Logischen Bildern nicht durch Korrespondenz zu einem gut vertrauten, spezifischen Inhaltsgebiet veranschaulicht (wie in dem obigen Beispiel die Immunabwehr durch das Kämpfen zweier Figurentruppen), sondern durch räumliche Anordnungen.

Schnotz (1994) definiert diese Abgrenzung Logischer Bilder zu anderen externen Repräsentationen aufgrund semiotischer Kriterien. Ähnlich wie Symbole (z.B. die natürliche Sprache) repräsentieren Logische Bilder einen Sachverhalt mittels arbiträrer, durch Konventionen festgelegter, Formen (beispielsweise durch die Verwendung eines orthogonalen Koordinatensystems) und nicht wie etwa Realistische Bilder aufgrund äußerer (visueller) Ähnlichkeit mit dem Sachverhalt. Im Gegensatz zu symbolischen Darstellungen repräsentieren Logische Bilder Sachverhalte jedoch mittels ihnen inhärenter relevanter, nämlich räumlicher Struktureigenschaften (Schnotz benutzt den Begriff "intrinsische Repräsentation" dafür). Semiotisch gesehen bilden Logische Bilder also ein Zwischenglied zwischen symbolischen Formen wie der Sprache (durch ihre arbiträre Form) und den ikonischen Visualisierungen (durch ihre inhärente Struktur- oder Funktionsanalogie zu dem Abgebildeten). Die folgende Abbildung (Abbildung 1-2) stellt ein Beispiel eines Logischen Bildes dar, mit dem die eingangs gestellte Mönchs-Aufgabe graphisch visualisiert und dadurch leicht gelöst werden kann.

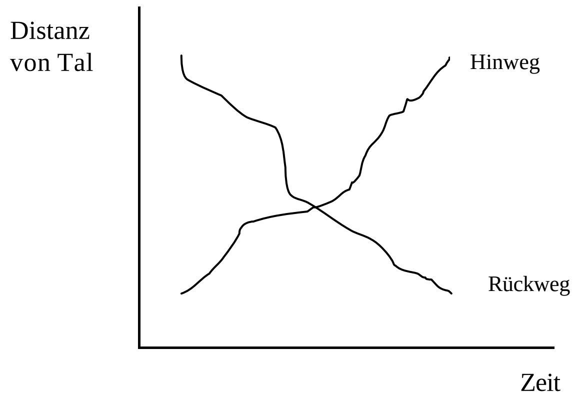


Abbildung 1-2: Beispiel eines Logischen Bildes, Lösung zu der Berg-Mönch-Aufgabe vom Beginn des Kapitels

Externe Repräsentationsformen können auch hinsichtlich ihrer Nutzungseigenschaften miteinander verglichen werden. Hier scheinen vor allen Dingen die Kriterien der Leistungsfähigkeit und der Berechnungseffizienz eine entscheidende Rolle zu spielen (Larkin & Simon, 1987; Schnotz, 1997). Symbolischen, eher deskriptionalen Repräsentationen, wie beispielsweise der Sprache, wird aufgrund ihrer abstrakteren Struktur eine höhere Ausdrucksmächtigkeit zugeschrieben als eher spezifischen, depiktionalen, konkret ikonischen Repräsentationen. Auf der anderen Seite hat die Verwendung depiktionaler, ikonischer Repräsentationen Vorteile für die Effizienz der Informationsgewinnung. Durch ihre bildhafte Darstellung können einfache Informationen und weiterreichende Schlussfolgerungen bei ikonischen depiktionalen Formen einfach "abgelesen" werden, was neben dem eingangs gestellten Mönchs-Rätsel auch folgendes Beispiel verdeutlicht. Eine Figur wird einmal symbolisch in Form eines Textes repräsentiert: *"Die Figur besteht aus zwei symmetrischen diagonalen Linien, die sich oben an der Spitze treffen und ungefähr in der Mitte durch eine horizontale Linie verbunden sind,"* und einmal konkret ikonisch, nämlich durch den Buchstaben *"A"*. Es wird deutlich, dass die Beantwortung der Frage, ob diese Figur eine geschlossene Fläche enthält (und wenn, dann welche Form diese hat), wesentlich schneller und effizienter anhand der depiktionalen, ikonischen Repräsentation des Buchstabens möglich ist, als durch die symbolische Beschreibung im Text.

Logische Bilder scheinen durch ihre Zwischenstellung zwischen den symbolischen und ikonischen Formen der Repräsentationen in besonderer Weise die jeweiligen Vorteile der beiden Formen zu vereinen. Im Gegensatz zu konkreten ikonischen Darstellungen erlaubt ihre abstraktere Abbildungsart die Abbildung und Zuordnung verschiedener Elemente und besitzt in diesem Sinne eine große Ausdrucksmächtigkeit. So lassen sich beispielsweise an den Achsen eines Kartesischen Koordinatensystems verschiedenste Inhaltskategorien abtragen. Auf der anderen Seite erlauben Logische Bilder durch ihren depiktionalen Abbildungsmodus eine simultane Informationsentnahme und somit einen schnellen und effektiven Zugriff auf Informationen (im Gegensatz zu einer sukzessiven Informationsentnahme bei Texten). Dieser depiktionale Abbildungsmodus erlaubt auch, thematisch zusammengehörende Informationselemente durch räumlich nahe Darstellung zu betonen.

Neben der Effizienz der Informationsentnahme spielt auch die Qualität oder das <u>Niveau</u> der ablesbaren Information eine Rolle. Schnotz (1994) verwendet den Begriff des "synthetischen Ablesens" dafür. Dabei wird dieser Begriff genutzt, wenn Informationen alleine durch die räumliche Anordnung einzelner Elemente abgelesen werden können. Besonders deutlich wird dies etwa bei Kartesischen Koordinatensystemen mit dem Graph einer linearen Funktion. Während in diese Repräsentationsformen üblicherweise nur einzelne Kennwerte zur Beschreibung eines Merkmalsträgers eingegeben werden, erlaubt die räumliche Verbindung der einzelnen Elemente über das Ablesen dieser einzelnen Koordinaten (Ablesen erster Ordnung nach Wainer, 1992) auch das Ablesen der Relation, des Zusammenhangs zwischen diesen einzelnen Punkten (Ablesen 2. Ordnung) und demzufolge das Ablesen eines Trends. Wird beispielsweise das Körperwachstum von Kindergartenkindern über mehrere Jahre hinweg gemessen und der Mittelwert der Körpergröße für jedes Jahr in ein Diagramm eingetragen, so kann neben diesem Kennwert (Ablesen erster Ordnung) durch die Verbindung der Kennwerte auch der Trend in seiner Gesamtheit abgelesen werden (z.B. mit zunehmendem Alter werden die Kinder größer; Ablesen zweiter Ordnung).

Wenn verschiedene Kategorien eines Merkmals in dieses Diagramm eingezeichnet werden erlaubt dies darüber hinaus noch ein Ablesen dritter Ordnung, nämlich den Vergleich zwischen verschiedenen Zusammenhängen. Wenn man also nach obigem Beispiel das Körperwachstum der Kinder über die Jahre für Mädchen und Jungen getrennt abbildet, so können die Trends von Mädchen und Jungen miteinander verglichen werden (z.B. Mädchen wachsen schneller als Jungen).

Komplexe Information über verschiedene Zusammenhänge kann also quasi direkt wahrgenommen werden, ohne dass explizit logische Schlussfolgerungen gezogen werden müssen, wie das etwa bei der Darstellung der gegebenen Information in einer Tabelle nötig wäre (vgl. Jacobs, 1994; Larkin & Simon, 1987). Nachvollziehbar ist hier auch das Gesetz der "Übersummativität" aus dem Begriffsrepertoire der Gestaltpsychologen*: Die Abbildung (in einem Graph) ist mehr als die Summe seiner Einzelelemente,* (siehe auch Szlichcinski, 1980).

All den beschriebenen externen Repräsentationsformen ist gemeinsam, dass sie Möglichkeiten bieten, Objekte und Beziehungen zwischen diesen zu beschreiben oder abzubilden. Dabei scheinen Logische Bilder eine besondere Stellung hinsichtlich der Möglichkeiten zur Informationsvermittlung einzunehmen, indem sie die Vorteile von symbolischen und ikonischen Repräsentationen vereinen. Mögliche Unterschiede zwischen verschiedenen Repräsentationsformen und ihre Funktionen für den effektiven Wissenserwerb sollen im folgenden Unterkapitel aus pädagogisch-psychologischer Perspektive näher beleuchtet werden.

1.3 Nutzen und Funktion von Repräsentationsformen

In der oben beschriebenen Kategorisierung externer Repräsentationsformen wurden bereits drei Kriterien deutlich, anhand derer ihre Funktionspotenz unterschieden werden kann: 1) Informationsgehalt, 2) Effizienz der Darbietung und 3) Geltungsbereich.

Unter dem Informationsgehalt einer Repräsentationsform kann man die Menge an Information verstehen, die eine externe Repräsentationsform darstellen kann. Larkin und Simon (1987) gebrauchen diesen Term operational, wenn sie zwei Repräsentationen hinsichtlich ihrer Informationsmächtigkeit unterscheiden (informational efficiency): *"Two representations are informationally equivalent if all of the information in the one is also inferable from the other, and vice versa. Each could be constructed from the information in the other,"* (Larkin & Simon, 1987, S. 67).

So kann beispielsweise die Information über das Körperwachstum von Kindern aus dem obigen Beispiel natürlich nicht nur in einem Liniendiagramm dargestellt werden, sondern genauso gut in einer Tabelle oder auch in Form eines Textes. Die relevanten Informationen könnten von einem Format auf das andere ohne Verlust übertragen werden[1]. Auf der anderen Seite weniger gut darzustellen, weil

[1] In der Tat werden auch häufig Transformationen von Information zwischen diesen beiden Repräsentationsformen, Tabelle und Graph verlangt, etwa wenn Kinder ab der sechsten Klasse lernen, mit

ungenauer, wäre diese Information beispielsweise in Form von Fotos, auf denen jedes Jahr die entsprechende Stichprobe an Mädchen und Jungen abgebildet wäre[2].

Während sich also Tabelle und Graph hinsichtlich ihrer Informationsmächtigkeit (für die Darstellung des Zusammenhangs zwischen zwei Beziehungen) ähneln, können sie doch unterschiedlich effizient in ihrer Nutzung sein. Wie oben schon ausgeführt, bietet ein Liniendiagramm für den "geübten" Nutzer (siehe visual literacy, Kapitel 2.5.2) die Möglichkeit, komplexe Zusammenhänge einfach "abzulesen". Bei entsprechender Abtragung der Variablen in das Koordinatensystem (Kriteriumsvariable - hier Körpergröße - an die Ordinate und Prädiktorvariable - hier Zeit - an die Abszisse) bietet das Koordinatensystem die Möglichkeit des direkten Vergleiches zweier Verhältnisse (je steiler der Graph der Funktion, desto schneller verändert sich die untersuchte Variable, hier Körpergröße, in Abhängigkeit von der Prädiktorvariable, hier Zeit). Die gleiche Information kann auch einer Tabelle entnommen werden, ist aber mit aufwendigeren Ablese-, Berechnungs- und Zwischenspeicherungsvorgängen verbunden und somit weniger nutzungseffizient (Jacobs, 1994; Schnotz, 1994).

Noch globaler argumentieren Larkin und Simon (1987) für die Vorteile diagrammatischer Formen hinsichtlich ihrer Nutzungseffizienz. Sie zeigen für verschiedene mathematische und physikalische Probleme (z.B. ein komplexes Flaschenzugproblem) eine Überlegenheit von diagrammatischen Formen (definiert als Formen, in denen Information in einem 2-dimensionalem Raum dargestellt wird) gegenüber einer informationsäquivalenten sprachlichen (engl. sentential) Repräsentationsform (Form, in der die Information in einer einzelnen Sequenz dargestellt wird). In ihren Untersuchungen machen sie einfachere Suchprozesse, leichtere Wiedererkennungs- sowie Schlussfolgerungsprozesse für die höhere Berechungseffizienz von Diagrammen gegenüber Texten verantwortlich (siehe Kapitel 2.2).

Schließlich hat neben Informationsgehalt und Effizienz der Darbietung auch der Geltungsbereich Auswirkung auf die Funktionspotenz der Repräsentationsform. Je symbolischer die Repräsentationsform, d.h. je geringer die Ikonizität, desto unterschiedlichere Objekte, Strukturen oder Prozesse können abgebildet werden.

Die eben beschriebene Differenzierungsmöglichkeit externer Repräsentationsformen anhand der Kriterien Informationsgehalt, Nutzungseffizienz und Geltungsbereich verdeutlichen zusammen mit den

linearen Beziehungen zwischen zwei Merkmalen umzugehen.

[2] Es ist wohl schwierig, mit dieser Darstellungsform einen Mittelwert exakt herauszufinden und diesen dann noch über Jahre hinweg zu vergleichen.

Erläuterungen unter Punkt 1.2 bereits potentielle Vorteile verschiedener Visualisierungen, speziell Logischer Bilder, gegenüber anderen Darstellungsformen. Bei der Beurteilung einer Repräsentation – gleich welcher Art – ist jedoch auch zu beachten, welche Funktion und welches Ziel mit der Verwendung der jeweiligen Repräsentationsform verfolgt wird. Im Folgenden soll kurz ein bekannter Ansatz zur Kategorisierung von Repräsentationsformen nach kognitiven Funktionen vorgestellt werden.

Ebenso wie es eine Vielfalt von Kategorisierungsmöglichkeiten externer Repräsentationsformen gibt, so können auch mögliche Funktionen von Repräsentationen für den Wissenserwerb auf verschiedene Weise kategorisiert werden (Duchastel & Waller, 1979; Levie & Lentz, 1982; Levin, Anglin & Carney, 1987; Mayer, 1993). Dabei haben sich die meisten Forschungsarbeiten in diesem Gebiet mit positiven Effekten von Visualisierungen beschäftigt, die im Zusammenhang mit Texten stehen und die sich dementsprechend hauptsächlich auf die oben angesprochenen visuell graphischen Abbildungen beziehen. Da diese Einteilungskriterien in der aktuellen Forschung zum Nutzen visuell graphischer Darstellungsformen eine besondere Rolle spielen, soll auch in dieser Arbeit kurz eine der bekannteren Funktionstaxonomien in diesem Bereich vorgestellt werden. Levin und Kollegen (1987) sowie Mayer (1993) stellten vier verschiedene Funktionen von Darstellungen auf, die die verschiedenen Effekte hauptsächlich anhand unterschiedlicher kognitiver Funktionen identifizieren: 1) dekorative, 2) repräsentationale, 3) organisierende und 4) interpretierende Funktion von Visualisierungen.

Visualisierungen oder Repräsentationsformen, denen eine rein <u>dekorative</u> Funktion zugesprochen wird, sind inhaltlich irrelevant für den dazugehörigen Text. Für den Wissenserwerbsprozess haben sie vor allen Dingen eine Motivationsfunktion, indem sie durch ihre Darstellung Interesse und Aufmerksamkeit für den assoziierten Text oder anderweitig dargestellten Lerninhalt wecken sollen. Levin und Kollegen (1987) geben als Beispiel für diese Art von Visualisierungen einige Illustrationen von Märchen an. Breiter gefasst ist diese Funktion jedoch auch bei visuell räumlichen Repräsentationsformen denkbar (etwa die Beigabe einer nicht funktionierenden Spielzeugwasserpumpe, wenn das Konzept von Druck erklärt wird) oder bei sprachlichen Repräsentationen (etwa ein bunt geschmückter großer Holzbuchstabe, der das Interesse am Lese- und Schreiberwerb fördern soll). Wichtig erscheint, dass Repräsentationsformen, die diese Funktion erfüllen, für sich alleine genommen nicht im eigentlichen Sinne als Repräsentationsformen gelten können, da sie nicht selber einen Wissensinhalt vermitteln, sondern nur auf ein entsprechendes

Medium, beispielsweise einen Text, aufmerksam machen. Studien haben gezeigt, dass Repräsentationsformen mit dieser dekorativen Funktion per se keine lernfördernde Wirkung haben (für eine Metaanalyse siehe Levin et al., 1987). Dies ist nicht erstaunlich, da sie auch nur moderierend über affektive oder aufmerksamkeitsfördernde Komponenten auf die Lernleistung Einfluss nehmen. Bezüglich der oben dargestellten Kategorisierung von externen Repräsentationsformen ist es denkbar, dass mehrere der identifizierten Visualisierungsarten (sowohl visuell graphische, wie auch visuell räumliche) diese Funktion erfüllen können, vor allem jedoch Realistische Bilder.

Visualisierungen mit repräsentativer Funktion stehen in direktem inhaltlichem Zusammenhang mit dem zu repräsentierenden Wissensinhalt. Sie bilden den Wissensgegenstand direkt ab. Wenn sie in Begleitung eines Textes stehen, stellen sie dort vorkommende Charaktere, Objekte oder Prozesse dar und dienen dann der Betonung, d.h. Konkretisierung von einzelnen im Text vorgestellten Sachverhalten. Entsprechend der oben vorgestellten Charakterisierung erfüllen diese Funktion vor allen Dingen Realistische Bilder oder auch bestimmte visuell räumliche Gegenstände, die einen Sachverhalt eindeutig abbilden.

Repräsentationsformen mit organisierender Funktion wird eine anspruchsvollere Funktion zugeschrieben. Solche Visualisierungen können beispielsweise Diagramme zu Betriebsanleitungen sein (Stone & Glock, 1981) oder auch visuelle Abbildungen von Anleitungen, beispielsweise wie lebensrettende Maßnahmen durchgeführt werden. Visualisierungen mit organisierender Funktion dienen der Kohärenz und der Rahmenbildung eines komplexeren, jedoch im Grunde einfach zu verstehenden Sachverhaltes. Solch eine Funktion kann neben Realistischen Bildern auch bestimmten Logischen Bildern zugesprochen werden, etwa Venn- oder Strukturdiagrammen, die darauf abzielen, den Zusammenhang zwischen verschiedenen qualitativen Merkmalen zu verdeutlichen (vgl. Schnotz, 1994).

Als noch anspruchsvoller kann die Funktion von Repräsentationsformen gesehen werden, die interpretierenden Charakter haben. Sie dienen vor allem der Klärung und Vereinfachung von schwierig zu verstehenden, oft abstrakteren Inhalten und können nach Levin und Kollegen (1987) die Funktion eines "Advance Organizers" haben. Hier wird also der zu vermittelnde Wissensinhalt mithilfe der Repräsentationsform verständlicher gemacht. Levin und Kollegen (1987) bringen als Beispiel dafür ein Analogiebild, das den Blutdruckmechanismus (das Herz dargestellt als Pumpe, die entweder gedrückt oder entspannt ist) in zwei Zuständen (diastolischer, systolischer Wert) angibt.

Diese Funktion können daher besonders gut Analogiebilder, aber unter bestimmten Umständen (siehe Kapitel 2) auch Logische Bilder erfüllen.

Neben diesen vier eben genannten Funktionen, die durch ihre Motivationsförderung (dekorative Funktion), Konkretisierung (repräsentierende Funktion), Kohärenzbildung (organisierende Funktion) und Vereinfachung (interpretierende Funktion) indirekt der Vermittlung und dem Behalten eines bestimmten Wissensinhaltes dienen, besprechen Levin und Kollegen (1987) noch eine weitere Funktion, nämlich die "transformatorische" Funktion, die direkt Einfluss auf die Erinnerung eines Sachverhaltes ausüben soll (Levin, 1981). Dies geschieht durch Visualisierungen, die die kritische Information in eine konkrete, leicht erinnerbare Form bringen (recoding), diese Einzelteile dann in einem Kontext thematisch verbinden (relating) und dem Betrachter ein Mittel an die Hand geben, das ihm erleichtert, die Information abzurufen (retrieving). Als Beispiel bringen Levin und Kollegen (1987) eine Darstellung, die helfen soll, sich an eine fiktive Stadt "Fostoria" zu erinnern, in der es viele Naturressourcen, Technologievorsprung, Bevölkerungswachstum und Reichtum gibt. Das dargestellte Bild bildet eine dichte Menschenmenge ab, die, mit Banknoten in den Händen wedelnd (Reichtum), neben einem Ölbohrturm (Naturressourcen) und einem Computer (Technologievorsprung) stehen. Dabei spielt diese Szene anscheinend im Winter (Handschuhe, Eiszapfen hängen an Gebäuden), es ist also frostig, womit eine Verbindung zu dem schwierig zu behaltenden Namen "Fostoria" geschaffen werden soll. Diese Formen erinnern stark an Mnemotechniken.

Die eben vorgestellten Funktionen von Repräsentationen, speziell von visuell graphischen Formen, wurden vorwiegend für Formen klassifiziert, die zusammen mit Texten helfen sollen, einen Wissensinhalt zu vermitteln. Ihr Charakter hat hauptsächlich mnemonischen Wert. Dabei fällt auf, dass die vorgestellte Funktionstaxonomie von Levin und Kollegen (1987) graduell nach der Wertigkeit bei der Hilfe zur Wissensgenerierung gestaffelt gesehen werden kann. Ausgehend von der dekorativen, der repräsentativen, der organisierenden und der interpretierenden Funktion üben die Formen jeweils höherwertigere Funktionen aus, die zudem die weniger anspruchsvollen Funktionen auch beinhalten können. Beispielsweise können auch interpretierende Bilder bei entsprechender Gestaltung neugierig auf den zu übermittelnden Inhalt machen und somit dekorativen Charakter haben, sie repräsentieren natürlich auch den Sachverhalt und können helfen, das Wissensgebiet zu strukturieren.

Levin und Kollegen (1987) fanden in ihrer Metaanalyse von über 150 Studien, die sich mit dem visualisierungsunterstützten Wissenserwerb beschäftigen heraus, dass über 50% aller Bilder in Lehrbüchern eine repräsentationale Funktion haben, gefolgt von Visualisierungen mit dekorativer Funktion (23% nach Mayer, 1993) erklärender Funktion (10% nach Mayer, 1993), während nur 5% der Visualisierungen in Lehrbüchern eine Organisationsfunktion haben. Man kann sich also fragen, ob die potentielle Effektmächtigkeit der Repräsentationsformen für die Wissensentwicklung nicht unterschätzt bzw. zu wenig genutzt wird. Gerade in Form von Diagrammen, Graphen und anderen Formen von Logischen Bildern zeigt sich diese Funktionspotenz von Repräsentationsformen.

1.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde einführend auf den Begriff, die Kategorisierung und die Funktion von Repräsentationsformen eingegangen. Es wurde eine Unterscheidung zwischen sprachlichen, formal mathematischen und visuellen Repräsentationsarten vorgestellt und die Bedeutung visueller Repräsentationsformen in den Mittelpunkt dieser Arbeit gerückt. Es stellte sich heraus, dass von den Visualisierungen vor allen Dingen Logische Bilder, z.B. Graphen, eine zentrale Stellung für den Prozess der Wissensentwicklung einnehmen. Sie vereinen vorteilhafte Eigenschaften sprachlicher Repräsentationen mit den Vorzügen bildlicher Repräsentationen. So ermöglichen sie durch ihre arbiträre, kontextungebundene Abbildungskonvention (wie bei der Sprache) die Visualisierung von Strukturen über verschiedene Inhalte hinweg, während gleichzeitig ihr bildhafter Abbildungsmodus simultane und dadurch häufig schnellere und effizientere Informationsaufnahme (als bei sprachlichen Repräsentationen) zulässt. In den beiden folgenden Kapiteln wird nun - im Hinblick auf Logische Bilder - der Einsatz visueller Repräsentationsformen für verschiedene Zielsetzungen beim Wissenserwerb und Mechanismen ihrer Wirkungsweise diskutiert. Zum einen betrifft dies die Nutzung visueller Repräsentationsformen als Medium zur effizienten Informationsgewinnung und Problemlösung. Diese Funktionen werden in der Literatur derzeit vorherrschend diskutiert, daher wird in Kapitel 2 auch umfassend diese Forschung zum Einfluss visueller Repräsentationen und ihre Förderung besprochen. Ein weiteres vielversprechendes Einsatzgebiet für Repräsentationsformen im Wissenserwerb kann jedoch auch in ihrem Charakter eines Werkzeuges für kognitive Umstrukturierung, d.h. zum Konzeptwechsel, liegen, was in Kapitel 3 näher besprochen wird.

2. Repräsentationsformen als Medium der Informationsgewinnung und Problemlösung

In Kapitel 1 wurden bereits mehrere Funktionen externer Repräsentationsformen angesprochen. Diese umfassen unter anderem Repräsentations-, Organisations- und Erklärungsfunktion, Funktionen also, die im weitesten Sinne unter dem Ziel der Informationsgewinnung zusammengefasst werden können. In diesem Kapitel sollen nun die Mechanismen näher aufgeschlüsselt werden, die für die Wirksamkeit der Repräsentationsformen bei der Informationsgewinnung verantwortlich gemacht werden. Dabei wird exemplarisch auf zwei theoretische Ansätze zurückgegriffen, die sich mit unterschiedlichen Aspekten der Informationsgewinnung befassen, nämlich der Informationsgewinnung durch den Aufbau neuer Wissensstrukturen in einer unbekannten Domäne und Informationsgewinnung durch Problemlöseprozesse in vertrauten Gebieten.

Neben der Vorstellung dieser beiden ausgewählten Theorien zur Wirkungsweise von Repräsentationsformen bei der Informationsgewinnung bietet es sich aufgrund des theoretischen Rahmens des Informationsverarbeitungsansatzes in diesem Kapitel an, hier zudem einen breiteren Literaturüberblick über Forschungsbefunde zu Visualisierungseffekten zu geben (Punkt 2.4) sowie darstellungs- und personenbezogene Voraussetzungen zur effektiven Nutzung und Trainingsansätze vorzustellen (Punkt 2.5) und die Verwendung von Repräsentationsformen im Kindesalter anzusprechen (Punkt 2.6).

Zunächst werden jedoch die theoretischen Überlegungen von Larkin und Simon (1987) diskutiert, die den Einfluss von Repräsentationsformen im Hinblick auf Problemlöseprozesse in schon bekannten Domänen untersuchen (Punkt 2.2). Anschließend werden die theoretischen Ausführungen von Schnotz (z.B. 1994) vorgestellt, der sich besonders mit der Bedeutung externer Repräsentationen für den Aufbau neuer Wissensstrukturen und Konzepte beschäftigte (Punkt 2.3).

Diese beiden Ansätze wurden exemplarisch ausgewählt, weil sie von der Fülle externer Repräsentationsformen speziell die Wirkung Logischer Bilder / Diagramme auf die Informationsgewinnung thematisieren, eine Repräsentationsart, die auch in der vorliegenden Arbeit von zentraler Bedeutung ist. Weiterhin geben die beiden Ansätze durch ihre Konzentration auf verschiedene Problemlöseprozesse und den Aufbau neuer Wissensstrukturen eine breitere Übersicht über den konzeptualisierten Einfluss externer Repräsentationen auf den Wissenserwerb. Beiden theoretischen Ansätzen gemeinsam ist ihr Bezug zur Perspektive des

Informationsverarbeitungsparadigmas, das die Grundlage für die nun folgende theoretische Einordnung gibt (Punkt 2.1).

2.1 Der Informationsverarbeitungsansatz als Rahmentheorie

Zentrale Annahme innerhalb des Informationsverarbeitungsansatzes ist die Überzeugung, dass alle kognitiven Aktivitäten von Natur aus symbolisch sind, d.h. dass die Interaktion eines Individuums mit der Umwelt durch mentale Repräsentationen bzw. Symbole vermittelt wird. Diese mentalen Repräsentationen stellt man sich innerhalb des Informationsverarbeitungsparadigmas in Form von Propositionen vor, in denen einfache Symbole nach syntaktischen Regeln zu komplexen Symbolen zusammengesetzt werden. Der repräsentierte Gegenstand wird in Form einer hypothetischen Sprache beschrieben (z.B. Pylyshyn, 1973, 1981).

Durch die dem Individuum zugeschriebene Fähigkeit, von der Umwelt ausgehende Stimuli in Symbolen zu enkodieren und zu verarbeiten, wird menschliche Kognition im Informationsverarbeitungsparadigma als "Symbolsystem" konzeptualisiert und mit sophistizierten Computerprogrammen simuliert (z.B. Anderson, 1983; Newell, 1990; Vera & Simon, 1993). Dafür werden in Programmierformaten häufig Produktionsregeln formuliert, wobei jede Wissenskomponente durch ein Bedingungs–Handlungs-Paar konzeptualisiert wird. Dies soll weiter unten anhand eines Beispiels von Larkin und Simon (1987) erläutert werden.

Innerhalb des Informationsverarbeitungsansatzes wird also Wissen als im Individuum verankerte Entität verstanden, die mittels Symbole speicherbare Strukturen von Information und Prozessen bildet. Symbole können nicht nur gespeichert, sondern auch manipuliert und verarbeitet werden. Im Informationsverarbeitungsansatz werden diese Strukturen auf Detailebene analysiert. Wo und auf welche Weise sich der Einfluss externer Repräsentationen auf kognitive Prozesse zeigt, soll im Folgenden exemplarisch anhand der Ausführungen von Larkin und Simon (1987) und Schnotz (z.B. 1994) erläutert werden.

2.2 Die Bedeutung von Repräsentationsformen für Problemlöseprozesse

Nach Larkin und Simon (1987) liegt die Bedeutung externer (visueller) Repräsentationen für die Informationsgewinnung vor allem in ihrer Berechnungseffizienz (computational efficiency), die auf der räumlichen Abbildung (Nutzung zweier Dimensionen) basiert. Larkin und Simon (1987) diskutieren dies anhand von Problemlöseaufgaben in schon vertrauten Domänen, für deren Lösung sie die Effizienz von zwei unterschiedlichen Repräsentationsformen, einer diagrammatischen Form und einer schriftsprachlichen (engl. sentential) Form, untersuchen. Eine Repräsentation besteht nach Larkin und Simon (1987) aus der Datenstruktur, die in der externen Repräsentation vorliegt und deren interne Repräsentation mittels einer formalen Sprache mit Propositionen simuliert wird, sowie aus Programmen oder Produktionen, die mit dieser Datenstruktur arbeiten. Diese internen Prozesse werden durch Produktionsregeln simuliert. Larkin und Simon (1987) beurteilen die Effektivität von externen Repräsentationen anhand dieser beiden Faktoren, der Datenstruktur und dem Programm, sowie eines Systems der Aufmerksamkeitssteuerung, das bestimmt, welche Teile der Daten fokussiert werden, und das abhängig von den Verbindungen innerhalb der Datenstruktur ist. Kritisch für die Effektivität unterschiedlicher Repräsentationsformen sind bei äquivalentem Informationsgehalt die Programme, welche Such-, Wiedererkennungs- und Schlussfolgerungsprozesse auf die gegebene Datenstruktur anwenden. Der Unterschied zwischen verschiedenen Repräsentationsformen besteht nach Larkin und Simon (1987) vor allem in den internen Operationen (Programmen), die die (externe) Notation fordert.

2.2.1 Beispiel: Flaschenzugproblem

Ein Beispiel, in dem ein Diagramm und eine sprachliche Repräsentation bei gleichem Informationsgehalt bezüglich ihrer Effektivität miteinander verglichen werden, soll dies verdeutlichen. Es handelt sich um ein physikalisches Flaschenzugproblem mit insgesamt zwei Gewichten (W1 und W2), deren Verhältnis zueinander gefunden werden muss. Die sprachliche Repräsentation lautet wie folgt: *"1.) Das erste Gewicht < W1> hängt am linken Ende eines Seils über Flaschenzug A. Das rechte Ende dieses Seils ist am zweiten Gewicht <W2> befestigt und unterstützt es teilweise. 2.) Flaschenzug A hängt frei vom linken Ende eines Seils, das über Flaschenzug B läuft und unter Flaschenzug C. Flaschenzug B hängt frei von der Decke. Das rechte Ende des Seils, das unter Flaschenzug C läuft ist an der Decke befestigt. 3.) Flaschenzug C ist mit dem zweiten Gewicht verbunden und unterstützt es gemeinsam mit dem rechten Ende des ersten*

Seils." (Larkin & Simon, 1987, S. 72, Übersetzung der Verfasserin). Die diagrammatische Struktur besteht aus einer schematischen Zeichnung, in der deutlich dargestellt wird, wie die einzelnen Flaschenzüge miteinander verbunden sind und wo die Gewichte hängen (siehe Abbildung 2-1):

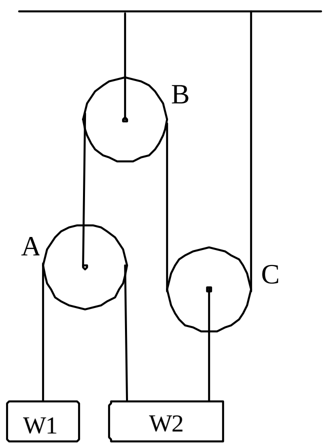


Abbildung 2-1: Diagramm des Flaschenzugproblems nach Larkin und Simon (1987)

Ausgangspunkt für die Analyse der Effizienz dieser zwei unterschiedlichen Repräsentationsarten ist die Simulation der sprachlichen und diagrammatischen Information in einer formalen Datenstruktur, also einer Sequenz von Propositionen. Diese Formalisierung ist für beide Repräsentationen ähnlich und entspricht dem sukzessiven Charakter der natürlichen - schriftsprachlichen – Information. Wichtiger Unterschied zwischen den beiden propositionalen Datenstrukturen ist die Art der Indizierung der Elemente die beim Diagramm ortspezifisch und für die sprachliche Information objektspezifisch vollzogen wird. Für die Simulierung der Bearbeitung der Aufgaben werden Produktionsregeln formuliert, die auf allgemeinen physikalisch-statischen Prinzipien basieren[3] und für beide Repräsentationsformen gleichermaßen gelten. Zur Verdeutlichung soll hier die erste Regel wiedergeben werden: "P1 - Einfache Seilaufhängung: *"Gegeben <ist> das Gewicht eines bekannten Wertes <n> und eines Seiles <R>, an dem es hängt; wenn es kein anderes Seil gibt, an dem es hängt ... , dann hat das unterstützende Seil auch den Wert (Spannung) <n>, die damit assoziiert ist."* (Larkin & Simon, 1987, S. 73, Übersetzung der Verfasserin)[4]. Die drei weiteren Regeln beziehen sich auf den Spannungswert zweier Seilteile, wenn das Seil über einem Flaschenzug hängt, auf den Spannungswert eines Seils, das einen Flaschenzug trägt, und auf den

[3] 1) Die Gesamtkraft eines Objekts in Ruhe ist Null. 2) Die Spannungen innerhalb eines idealen (reibungslosen, masselosen) Seils sind in allen Teilen gleich, auch wenn dieses Seil über einen idealen (reibungslosen, masselosen) Flaschenzug läuft.

[4] Die formale Notation soll hier nicht wiedergegeben werden.

Wert eines Gewichts, das von zwei Seilen getragen wird.

Basierend auf der propositionalen Datenstruktur und den Produktionsregeln wird die Problemlösung für Text und Bild simuliert. Dabei ist der Aufmerksamkeitskontrollmechanismus von großer Bedeutung, der im Falle des sprachlichen Formates die Aufmerksamkeit auf die in den Sätzen sequentiell dargebotene Information lenkt und sie im Falle des Diagramms ortspezifisch zuweist. Es wird angenommen, dass mit dem Fokussieren eines Ortes automatisch alle relevanten Informationen an diesem Ort verarbeitet werden. Dies führt zu einer <u>simultanen Verarbeitung</u> aller aufeinander bezogenen und zusammen gruppierten Elemente und <u>effektiviert</u> Behaltens- und <u>Suchprozesse</u>. Bei der Repräsentation in einem Satzformat hingegen müssen während des gesamten Lösungsprozesses Werte (zwischen)gespeichert werden, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten untereinander bzw. bezüglich ihrer Übereinstimmung mit den Produktionsregeln beachtet werden müssen. Während bei einer Repräsentation im Satzformat bei diesem Beispiel 138 Elemente und ihre Verbindungen beachtet werden müssen, ist die Information in diagrammatischer Form schneller und leichter zu verarbeiten.

2.2.2 Beispiel: Geometrisches Problem

Neben den Vorteilen einer diagrammatischen Form für Suchprozesse zeigen Larkin und Simon (1987) auch Vorteile eines Diagramms bezüglich Wahrnehmungs- bzw. Wiedererkennungsprozesse. Dies demonstrierten sie anhand eines geometrischen Problems, in dem die Kongruenz zweier Dreiecke bewiesen werden sollte. Diese Dreiecke konstituieren sich aus zwei Diagonalen, die sich selbst und zwei parallele Linien schneiden. Die einzelnen Schritte der Erstellung der formalen Datenstruktur und der Produktionsregeln sollen hier nicht weiter ausgeführt werden. Es soll lediglich darauf verwiesen werden, dass Larkin und Simon (1987) argumentieren, dass durch die Wahrnehmung der Information an einem Diagramm Information sozusagen direkt "sichtbar" ist, während diese zwar auch in einem formalen, auf der sprachlichen Darstellung basierenden System produziert werden kann, dort jedoch mit einem wesentlich größeren Aufwand verbunden ist.

Stellen wir uns die obige Ausführung beispielsweise als ein Diagramm vor, so erkennt man durch die Anordnung der einzelnen Linien das Muster des Dreiecks, das in einem vergleichbaren Text nicht explizit erwähnt wurde. Bei der Umwandlung der sprachlichen Information in eine propositionale Datenstruktur muss diese Information erst explizit hinzugefügt, die Datenstruktur also modifiziert werden, damit bei Ablauf der entsprechenden Produktionen auch die einzelnen Elemente erkannt werden. Dies erinnert an die bereits in Kapitel 1 erwähnten Ableseprozesse verschiedener Ordnungen nach Wainer (1992), in denen in Diagrammen Relationen zwischen Elementen durch deren räumliche Anordnung expliziert werden.

2.2.3 Zusammenfassung

Während in Kapitel 1 bereits die potentiellen Vorzüge visueller Darstellungsformen, speziell Logischer Bilder, erläutert wurden, sollten anhand der Ausführungen von Larkin und Simon (1987) spezifische Mechanismen aufgezeigt werden, die basierend auf dem Ansatz des Informationsverarbeitungsparadigmas die Vorteile einer diagrammatischen Form gegenüber einer sprachlichen Repräsentation erklären können. Diese betreffen in ihrem Ansatz vor allem mnemonische Funktionen, die im Zusammenhang mit der Berechnungseffizienz der Produktionen steht, welche auf der betreffenden Datenstruktur ausgeführt werden. Larkin und Simon (1987) argumentieren, dass diagrammatische Formen durch ihre Darstellung in einem zweidimensionalen Raum und ihre simultane Repräsentation der Information Such- und Wiedererkennungsprozesse minimieren und somit Speicherprozesse sparen. Weiterhin wird durch die zweidimensionale Darstellung in Diagrammen die Möglichkeit geboten, Beziehungen abzubilden, die in einer sprachlichen Repräsentation oft nur implizit vorhanden sind und (mühsam) erschlossen werden müssen.

Dabei muss beachtet werden, dass sich die Nutzungseffizienz von Diagrammen durch ihre räumliche Abbildung natürlich nur in Beziehung mit dem kognitiven System ergibt, das in der Entwicklungsgeschichte spezifische Fähigkeiten für das Erkennen von Mustern und anderen räumlichen Konfigurationen ausgebildet hat (Pinker, 1983, 1990; Shepard & Cooper, 1982; Sless, 1981).

Zwei Punkte sollen in Hinblick auf die Einordnung der Funktion von Repräsentationsformen im Auge behalten werden. Larkin und Simon (1987) beschränken sich bei ihrer Analyse auf die mnemonische Funktion und gehen in ihrer Modellierung von einer optimalen Nutzung der jeweiligen Repräsentationsform aus.[5] Bei ihren Effizienzberechnungen setzen sie Grundkenntnisse bestimmter Prinzipien (hier physikalische und geometrische Regeln) voraus, die für jedes Problemlösesystem als aktive Produktionsregeln "neu geschrieben" werden müssen. Ein Problempunkt, so stellen Larkin und Simon (1987) selbst dar, liegt in der Gefahr, dass gelernte Prinzipien nicht auf das aktuelle Problem

[5] D.h. diejenigen Elemente, die zusammengehören sind auch örtlich nahe beieinander.

übersetzt werden. Welche spezifischen Vor- und Nachteile verschiedene Repräsentationsformate zur Ausführung der potentiell fehlenden Transformation dieser Prinzipien haben, wird hier nicht dargestellt.

Der zweite Punkt, der hier erwähnt werden soll, betrifft die Tatsache, dass die höhere Berechnungseffizienz diagrammatischer Formen gegenüber sprachlichen auf ihrer räumlichen Darstellung beruht. Somit kann zwar die Frage beantwortet werden, warum diagrammatische Formen gegenüber sprachlichen überlegen sein können, nicht jedoch, wie und warum sich zwei diagrammatische Formen voneinander bezüglich ihrer Funktion für eine effiziente Informationsgewinnung unterscheiden können. Die Frage, wann, unter welchen Bedingungen und für welche Zwecke unterschiedliche Visualisierungen am besten geeignet sind, kann mit diesem Ansatz nur schwer erklärt werden.

2.3 Die Bedeutung von Repräsentationsformen für die Informationsgewinnung

Den Fragen, die die unterschiedliche Wirkung verschiedener diagrammatischer Repräsentationsformen betreffen ist Schnotz (z.B. 1994, 1999) nachgegangen. Da Schnotz sich gerade im deutschen Sprachraum intensiv mit dieser Thematik auseinandersetzt und er besonders die Bedeutung Logischer Bilder, die auch in dieser Arbeit eine Rolle spielen, untersuchte, sollen im Folgenden exemplarisch sein theoretischer Ansatz und entsprechende Untersuchungen dazu vorgestellt werden (für weitere Ansätze siehe beispielsweise Mayer, 1993; Weidenmann, 1994). Dafür ist es hilfreich, die theoretischen Annahmen zu dem Konzept der mentalen Modelle mit einzubeziehen. Allerdings soll mit den Ausführungen darüber kein Anspruch auf eine erschöpfende Behandlung dieser Thematik erhoben werden. Die Integration des Konzepts mentaler Modelle soll nur in Bezug auf ihre Relevanz für die Diskussion der Funktion externer Repräsentationen berücksichtigt werden.

Im Folgenden soll zunächst ein Modell von Schnotz vorgestellt werden, in dem er den unterschiedlichen Einfluss von Text und Bildern auf den Wissenserwerb mit seinen Annahmen über die Spezifität des Repräsentationsmodus erklärt. Danach sollen Untersuchungen zur differenzierten Wirkungsweise unterschiedlicher Visualisierungen und sie moderierende Einflussfaktoren diskutiert werden.

2.3.1 Integriertes Modell zum Text- und Bildverstehen

Zur Untersuchung des Einflusses verschiedener Repräsentationsformen auf den Prozess des Wissenserwerbs hat Schnotz ein Modell entwickelt, das sich an Paivios (1986) Modell der dualen Kodierung anlehnt. Schnotz geht davon aus, dass Information mental in mehrfacher Weise repräsentiert wird, und zwar in einem propositionalen Format (siehe Larkin & Simon, 1987) und als mentales Modell. Wie oben schon erwähnt werden Propositionen als komplexe mentale Symbole konzeptualisiert, die den repräsentierten Gegenstand beschreiben, während mentale Modelle den repräsentierten Gegenstand analog abbilden (Johnson-Laird, 1983; Schnotz, Zink & Pfeiffer, 1996).

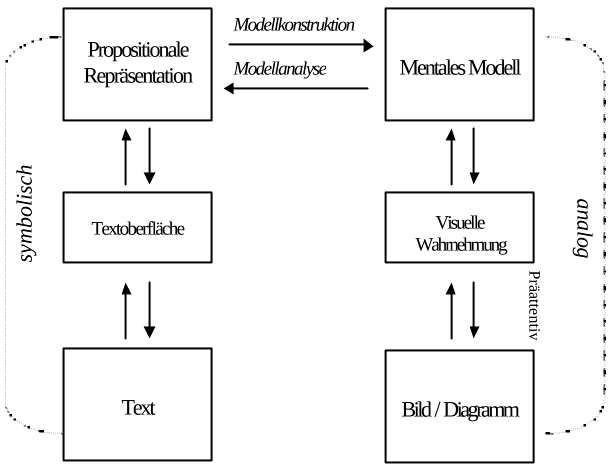
Im Gegensatz zu Paivios Theorie der dualen Kodierung, die das im Vergleich zur Sprache gute Behalten von Bildern in ihrer privilegierten doppelten internen Repräsentation (imaginal und verbal) sieht, nimmt Schnotz eine duale Repräsentation für beide Formate, Bilder und Sprache, an. Den Vorteil von externen visuellen Repräsentationen gegenüber sprachlichen sieht er hingegen in ihrem im Vergleich zu sprachlichen Repräsentationen ökonomischeren Abbildungsprozess auf mentale Modelle.

In seinem theoretischem Modell nimmt Schnotz an, dass beide interne Formate (imaginal und verbal) durch die Prozesse der Modellkonstruktion und Modellanalyse in ständigem Wechselspiel miteinander stehen und zueinander komplementär sind (siehe Abbildung 2-2). So dient die Modellkonstruktion, die auf Information der propositionalem Repräsentation basiert, dem Aufbau bzw. der Reorganisation eines mentalen Modells. Der Prozess der Modellanalyse oder Modellinspektion, auf der anderen Seite, erlaubt das Ablesen von Informationen und Inferenzprozessen, dessen Ergebnisse dem propositionalen Format als neue Daten wieder hinzugefügt werden (Schnotz & Bannert, 1999).

Dieses Ablesen der Information wird in der Literatur durch imaginative Manipulation der betreffenden Problemsituation in den mentalen Modellen angenommen (z.B. Bauer & Johnson-Laird, 1993), daher werden mentale Modelle als besonders hilfreich für kognitive Prozesse des Vergleichens, Erkundens, Elaborierens und Strukturierens gesehen. Das Ziel des Lernens mit Visualisierungen liegt dann beispielsweise nach Mayer (1993) in dem Aufbau eines "runnable mental models", also eines mentalen Modells, das die im Bild dargestellten Sachverhalte wiedergibt und das Individuum direkt in die Lage versetzt, Problemsituationen gezielt zu modellieren (Mayer, 1993, S. 242).

Wo aber liegt nun nach dem Rahmenmodell von Schnotz (z.B. Schnotz & Bannert, 1999) der spezifische Vorteil visueller externer Abbildungen gegenüber Texten, und wie können Unterschiede zwischen verschiedenen Formen der externen Repräsentation für die Wissensentwicklung erklärt werden? Nach Schnotz liegt der besondere Vorteil von Bildern darin, dass sie auf den gleichen Repräsentationsprinzipien basieren wie mentale Modelle, indem beide, Bild und mentales Modell, den repräsentierten Gegenstand in einer Funktions- oder Struktur<u>analogie</u> abbilden.

Die analoge Beschaffenheit mentaler Modelle ist in der Literatur eine gängige Annahme: *" … a mental model does not have an arbitrarily chosen syntactic structure, but one that plays a direct representational role since it is analogues to the structure of the corresponding state of affairs in the world – as we perceive or conceive it."* (Johnson-Laird, 1983, S. 156). Nach Schnotz führt dann die Ähnlichkeit des Repräsentationsmodus' zwischen Bild und mentalem Modell zu einem <u>schnelleren</u> und <u>ökonomischeren</u> <u>Aufbau</u> des auf Bildern basierenden mentalen Modells als des über eine sprachliche Information gewonnenen mentalen Modells. Wie Abbildung 2-2 zeigt, wird hingegen der Aufbau eines mentalen Modells aufgrund sprachlicher Information als eher indirekt über die Repräsentation der Textoberfläche und einer daran anschließenden propositionalen Repräsentation des semantischen Gehalts des Textes konzeptualisiert (siehe auch van Dijk & Kintsch, 1983).[6]



<u>Abbildung 2-2:</u> Vereinfachte und modifizierte schematische Darstellung des Modells von Schnotz zum integrierten Text- und Bildverstehen (siehe auch Schnotz & Bannert, 1999, S. 222)

[6] Wie in der Abbildung zu sehen, wird sowohl Text als auch propositionaler Repräsentation ein symbolischer Verarbeitungsmodus zugeschrieben.

Die Richtung der Pfeile in obiger Abbildung verdeutlicht, dass Schnotz und Kollegen (1996) die Beziehung zwischen Bild und mentalem Modell bidirektional sehen: Bilder können bei der Konstruktion eines mentalen Modells helfen und umgekehrt können Bilder basierend auf mentalen Modellen konstruiert werden.

Zusammengenommen scheint nach Schnotz der entscheidende Vorteil von Bildern gegenüber Texten in dem direkteren und dadurch ökonomischeren Abbildungsprozess von Bild zu mentalem Modell zu liegen, da sowohl Bild als auch mentales Modell nach dem gleichen, analogen Repräsentationsprinzip arbeiten. Eine empirische Überprüfung dieser Annahme durch einen direkten Vergleich von textlich versus bildlich repräsentierter Information (wie etwa bei Larkin & Simon, 1987) nimmt Schnotz allerdings nicht vor. Statt dessen vergleicht er die Wirkung unterschiedlich strukturierter, aber informationsäquivalenter Visualisierungen, um damit einen Hinweis auf die Beschaffenheit des Strukturabbildungsprozesses von Bild zu mentalem Modell zu finden. Bevor die Untersuchungen zu dieser Frage näher ausgeführt werden, soll jedoch kurz auf die angenommenen Verarbeitungsprozesse der Bildrezeption eingegangen werden.

2.3.2 Verarbeitungsprozesse bei der Bildrezeption

Um zu verstehen, wie der Umgang mit einer externen visuellen Repräsentationsform zum Aufbau eines mentalen Modells führt, sollen kurz die angenommenen Verarbeitungsprozesse bei der Bildrezeption vorgestellt werden. Dabei beruft sich Schnotz auf Neisser (1974), der zwei aufeinanderfolgende Prozesse, nämlich präattentive und attentive Prozesse, bei der Bildrezeption unterscheidet. Bei der unmittelbaren Rezeption des Bildes kommen zunächst <u>präattentive</u> Prozesse zum Tragen, die einem ersten "Einskannen" der bildhaften Eigenschaften der Visualisierung gleichkommen und zu denen das Erkennen, die Strukturierung, Klassifizierung und Gruppierung der graphischen Komponenten des Bildes gehören. Dieser Prozess läuft unabhängig von der willentlichen Beeinflussung, automatisch und in Sekundenbruchteilen ab[7]. Die theoeretische Grundlage für diese Klassifikations- und Gruppierungsprozesse in der präattentiven Phase liefern gestaltpsychologische Ansätze und die Schematheorie (Kebeck, 1994, für eine ausführlichere Diskussion siehe auch Punkt 2.5.1). Während die präattentiven Prozesse also zu der ersten Wahrnehmung des Bildes beitragen führen attentiven Prozesse zum Verständnis des Bildes.

[7] Er beträgt nach Biedermann (1981, 1987) nur etwa 0.3 Sekunden.

Attentive Prozesse laufen bewusst ab, sie werden vom Vorwissen und der jeweiligen Zielsetzung beeinflusst und tragen zum bewussten Verstehen, der Identifikation von Bilddetails und der Aufnahme des semantischen Gehalts bei. Für die Interpretation von Logischen Bildern sind nach Schnotz (1994) sogenannte Graphschemata notwendig, zu denen auch Kenntnisse der Interpretation und Konstruktion dieser Bilder gehören (z.B. die Zuordnung der Variablen zu Ordinate und Abszisse in einem Kartesischen Koordinatensystem). Es wird angenommen, dass attentive Prozesse einen größeren Zeitaufwand benötigen, zu stärkeren Verarbeitungstiefen führen und außerdem eine höhere mentale Kapazität verlangen (Craik & Lockhart, 1972). Bezogen auf das oben genannte Rahmenmodell scheint es schlüssig, sich die attentiven Verarbeitungsprozesse in der Phase des Modellaufbaus vorzustellen, obwohl Schnotz selbst sich nicht dazu äußert.

2.3.3 Mentale Modelle: Der Einfluss verschiedener Visualisierungen

Schnotz möchte in seinem Modell nicht nur auf die unterschiedliche Effizienz von Text- versus Bildformat eingehen, sondern er erhebt den Anspruch, auch Aussagen über die Beschaffenheit mentaler Modelle zu machen und damit der Klärung der Frage, ob und warum verschiedene Visualisierungen bei gleichem Informationsgehalt zur Konstruktion unterschiedlicher Modelle führen, näherkommen.

Das allgemeine Interesse an dieser Fragestellung kann auch durch ein Beispiel von anderer Seite begründet werden: Bauer und Johnson-Laird (1993) stellten in einer Untersuchung zur Wirksamkeit von sprachlichen oder diagrammatischen Repräsentationen fest, dass Diagramme erhebliche Vorteile gegenüber Texten beim Ziehen von Schlussfolgerungen haben können. Versuchsteilnehmer, die Aufgaben zum deduktiven Schließen in einer diagrammatischen Form repräsentiert bekamen, antworteten schneller und korrekter als die Teilnehmer mit Textformat. Wichtig war allerdings die Gestaltung der Diagramme. Die Repräsentation von Diagrammen war nämlich nur dann erfolgreich als die von Texten, wenn die Diagramme auch verschiedene Alternativen (die aus den Prämissen der syllogistischen Aufgaben folgten) explizit machen konnten. Konkret argumentierten Bauer und Johnson-Laird (1993), dass die Diagramme deswegen erfolgreicher waren, weil Disjunktionen dort in räumlich analoge Strukturen übersetzt waren, die leicht das Vorstellen alternativer Zustände erlaubten. In einer (weniger erfolgreichen) Voruntersuchung wurden die Disjunktionen in den Diagrammen hingegen durch arbiträre Zeichen repräsentiert. In dieser Voruntersuchung unterschieden sich die Versuchsteilnehmer der Text- und Diagrammgruppe in ihrer Leistung nicht signifikant voneinander. Obwohl beide Diagrammtypen die gleichen Informationen enthielten, hatte also die Art der diagrammatischen Darstellung Einfluss auf die Leistung.

Schnotz geht die Frage nach der Wirkungsweise unterschiedlicher Visualisierungen mit der Frage nach der Bildhaftigkeit der mentalen Modelle an: *"Letztlich stellt sich hier die Frage, ob man mentale Modelle als von bildhaften Vorstellungen grundlegend verschieden ansieht oder ob man ihnen auch bildhafte Eigenschaften zuschreibt."* (Schnotz & Bannert, 1999, S. 226). Diese Bildhaftigkeit mentaler Modelle wird in der Literatur häufig betont, was Weidenmann (1994) in Verbindung zu deren analoger Beschaffenheit und der Bedeutung der visuellen Wahrnehmung für die Erkenntnistätigkeit sieht (z.B. Finke, 1985). Auch Johnson-Laird (1983) geht von "mentalen Bildern" (mental images) als einer speziellen Klasse von Repräsentationen aus: *"mental models (...) are the structural analogues of the world, and images (..) are the perceptual correlates of models from a particular point of view."* (Johnson-Laird, 1983, S. 165). Unter den Vertretern, die mentale Bilder (images) als eine eigenständige Form der mentalen Repräsentationen ansehen (z.B. Kosslyn, 1980; Paivio, 1971) bezweifelt niemand die Analogie, die zwischen repräsentiertem Objekt und diesen mentalen Bildern besteht. Nach Johnson-Laird (1983) ist ihnen auch die Annahme gemeinsam, dass der Wahrnehmung eines Objektes und der Erfahrung eines mentalen Bildes die gleichen mentalen Prozesse zugrunde liegen. Dennoch ist es schwierig, gerade jene Eigenschaften mentaler Modelle / Bilder optimal zu messen.

2.3.4 Empirische Überprüfung der Strukturabbildungshypothese

Schnotz geht für die Klärung dieser Fragestellung von folgender Grundannahme aus: Wenn bei der Konstruktion mentaler Modelle die graphische Oberflächenstruktur einer externen Visualisierung berücksichtigt würde und wenn mentale Modelle (daher) bildhafte Eigenschaften besäßen, dann würde eine Konfrontation mit zwei verschiedenen, jedoch informationsäquivalenten Visualisierungen zur Konstruktion zweier unterschiedlich strukturierter mentaler Modelle führen. Umgekehrt würde man - unter der Annahme der Vernachlässigung der graphischen Oberflächenstruktur zur Konstruktion mentaler Modelle - bei der Konfrontation mit zwei oberflächlich unterschiedlichen, aber informationsäquivalenten Visualisierungen die Konstruktion des gleichen mentalen Modells annehmen, in dem lediglich der informationstragende Teil der graphischen Struktur abgebildet wäre (vgl. Schnotz & Bannert, 1999, S. 226).

Schnotz und Bannert (1999) untersuchten dies anhand des Vergleichs zweier Visualisierungen von geographisch bedingten Zeitunterschieden. Eine der beiden Visualisierung bestand aus einem "Teppichbild," in dem die Zeitzonen der Erde sequentiell von links nach rechts über der schematischen Abbildung der Kontinente dargestellt sind; bei der zweiten Visualisierung handelte es sich um ein Kreisbild, in dem der Nordpol in der Mitte des Kreises *"in einer Schale unterschiedlicher Zeitzonen rotiert"* (Schnotz & Bannert, 1999, S. 219). Für beide Visualisierungen nimmt Schnotz den gleichen Informationsgehalt bezüglich bestimmter Problematiken zu Zeitunterschieden auf der Erde an, jedoch unterstellt Schnotz den beiden Visualisierungen durch ihre unterschiedliche graphische Struktur jeweils spezifische Vorteile bei der Beantwortung unterschiedlicher Fragestellungen. Beispielsweise wurde angenommen, dass sich durch das Üben mit einem Kreisbild der Erde Fragen nach zeitlichen Phänomenen im Zusammenhang mit Reisen um die Erde (Erdumkreisfragen) leichter beantworten lassen[8], während Fragen zu Zeitdifferenzen zwischen verschiedenen Orten aufgrund der Analogie zwischen zeitlicher und räumlicher Distanz leichter mithilfe des Teppichbildes zu beantworten seien[9].

Dem Problem, die Struktur eines mentalen Modells experimentell zu messen, näherten sich Schnotz und Kollegen (Schnotz et al., 1996; Schnotz & Bannert, 1999) mit Annahmen über die Nutzungseffizienz mentaler Modelle. Nach ihrer Annahme sollte die Konstruktion zweier strukturgleicher mentaler Modelle zur gleichen Nutzungseffizienz führen. Wenn jedoch die beiden Visualisierungen zu unterschiedlich strukturierten mentalen Modellen führten, dann sollte sich dies in einer unterschiedlichen Nutzungseffizienz und damit in unterschiedlichen Leistungen bei der Lösung spezifischer Aufgaben zeigen.

Diese Annahmen wurden in einer Untersuchung getestet, in der zwei verschiedene Gruppen einen Hyperlerntext über Zeit- und Datumsunterschiede auf der Erde bekamen. Die zwei Gruppen unterschieden sich darin, dass sie zusätzlich zu dem Text die oben genannte Teppichvisualisierung oder die Kreisvisualisierung zur Verfügung hatten. Nach einer Lernphase, in der die Probanden bereits Fragen zu der gegebenen Thematik (Zeitdifferenz- und Erdumkreisfragen) beantworten mussten und dabei beliebig oft auf den entsprechenden Text und ihre Visualisierung zurückgreifen

[8] Beispiel: *"Warum dachten die Gefährten Maghellans nach ihrer Weltumsegelung in Richtung Westen, es sei Mittwoch, während es tatsächlich bereits Donnerstag war?"*(Schnotz, Böckheler, Grzondziel, Gärtner & Wächter, 1998, S. 140)

[9] Beispiel: *"Wie viel Uhr ist es in Anchorage und welcher Tag ist dort, wenn es in Tokio Donnerstag, 21 Uhr, ist?"* (Schnotz et al., 1998, S. 140)

konnten, wurden sie gebeten, ohne Zuhilfenahme des Lernmaterials die Testfragen zu den zwei spezifischen Aufgabengebieten zu beantworten. Schnotz und Kollegen (1996, 1999) fanden aufgabenspezifische, signifikante Unterschiede in der Leistung der beiden Visualisierungsgruppen. Wie vorhergesagt schnitt die "Teppichgruppe" bei den für sie spezifischen Aufgaben der Zeitdifferenz signifikant besser ab als die Kreisgruppe, während diese in den für sie als vorteilhaft vorhergesagten Erdumkreisaufgaben auch tatsächlich bessere Leistungen als die Teppichgruppe erzielte.

Schnotz und Kollegen (1996, 1999) sehen dies als Bestätigung ihrer Annahme, dass sich durch die Konfrontation mit unterschiedlich aufgebauten, aber informationsäquivalenten Visualisierungen unterschiedlich strukturierte mentale Modelle ergeben, und schlussfolgern, dass die Oberflächenstruktur der Bilder Einfluss auf die Struktur mentaler Modelle hat.

Gehen wir davon aus, dass die Informationsäquivalenz zwischen beiden Repräsentationsformen auch tatsächlich gegeben war[10], dann macht dieser Schluss Sinn: die Konfrontation mit unterschiedlichen Visualisierungen führt zu unterschiedlichen mentalen Modellen – gemessen an der Leistung beim Problemlösen. Gewagter erscheint jedoch ihre Schlussfolgerung über die Beschaffenheit der mentalen Modelle. Schnotz und Kollegen (1996, 1999) sehen in ihrem Ergebnis nämlich einen Hinweis darauf, dass der Unterschied in den besprochenen mentalen Modellen in der Abbildung spezifischer <u>bildlicher</u> <u>Oberflächenmerkmale</u> der Visualisierung liegt: *"Sieht man hingegen das Verstehen von Visualisierungen als einen Prozess der Strukturabbildung, bei dem eine externe graphische Konfiguration einschließlich ihrer bildhaften Oberflächenmerkmale auf ein mentales Modell abgebildet wird, so bieten sich relativ gute Erklärungsmöglichkeiten für die oben dargestellten Befunde."* (Schnotz et al., 1996, S. 211).

Möchte man diese Schlussfolgerung nachvollziehen, sollte zunächst klargestellt werden, was unter "Bildhaftigkeit" zu verstehen ist. Würde man dieses Attribut wörtlich nehmen und eine visuelle Eins-zu-Eins-Analogie zwischen externer Abbildung und mentalem Modell erwarten, dann wäre diese Schlussfolgerung logisch nicht nachzuvollziehen. Die Probanden beider Visualisierungsgruppen sollten sich dann in ihrer Leistung gerade nicht unterscheiden. Wenn beide Gruppen informationsäquivalente Darstellungen hatten, also Visualisierungen, die die Extraktion der Lösung <u>aller</u> Aufgaben erlaubten, und wenn mentale Modelle diese bildhaften Oberflächenmerkmale der graphischen Konfiguration (also Merkmale, die ja per Vorannahme die Extraktion der Lösung erlauben) in dem oben

[10] Dies müsste selbstverständlich erst sichergestellt sein. Ein Maß dafür könnte beispielsweise in den korrekten Antworten <u>beider</u> Gruppen in <u>beiden</u> Fragegebieten <u>bei Vorlage</u> der jeweiligen Repräsentationsform liegen.

beschriebenen Sinne abbilden, warum sollten sich dann die Teilnehmer beider Gruppen in ihrer Leistung unterscheiden? Sie hätten dann alle Information zur Verfügung und zudem genügend Zeit, diese zu dekodieren[11]. Im Gegenteil, man würde dann bei der Abbildung bildlicher Oberflächenmerkmale auf mentale Modelle gerade keinen Unterschied zwischen den Versuchsteilnehmern mit unterschiedlichen Visualisierungen erwarten.

Bei der Annahme der "Abbildung bildhafter Oberflächenstrukturen" auf mentale Modelle bezieht sich Schnotz also sehr wahrscheinlich nicht auf eine Eins-zu-Eins-Zuordnung der visuellen Komponenten von Bild und mentalem Modell, eine Sichtweise, die auch an anderer Stelle deutlich wird: *"Allerdings sind mentale Modelle, da es sich um eine sensorisch unspezifische Form der depiktionalen Repräsentation handelt, abstrakter als visuelle Vorstellungen. Außerdem unterscheiden sich mentale Modelle von visuellen Vorstellungen hinsichtlich ihres Informationsgehalts."* (Schnotz & Bannert, 1999, S. 222). Wie genau man sich allerdings die Abbildung bildhafter Oberflächenstrukturen dann vorzustellen hat, bleibt auch weiterhin offen.

2.3.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend soll festgehalten werden, dass die Ergebnisse der Untersuchung von Schnotz und Kollegen darauf hindeuten, dass sich abhängig von unterschiedlichen Visualisierungen unterschiedliche mentale Modelle bilden; die Schlussfolgerung, dass es sich bei diesem Unterschied um spezifische bildhafte Oberflächenmerkmale der externen Visualisierungen im Sinne einer Eins-zu-Eins-Zuordnung handelt, sollte jedoch nicht gezogen werden. Es scheint naheliegend, lediglich zu interpretieren, dass sich durch die unterschiedliche Fokussierung der einzelnen Inhaltspunkte in den Visualisierungen ein mehr oder weniger vollständiges mentales Modell der Gesamtproblematik aufgebaut hat, in dem bestimmte Strukturen unterschiedlich betont sind.[12]

Wichtig ist jedenfalls das Resultat, dass nicht jedes Diagramm gleich gut für jede Fragestellung geeignet ist. Obwohl Bauer und Johnson-Laird (1993) in ihrer Untersuchung die beiden

[11] Die Versuchsteilnehmer hatten deswegen genügend Zeit, da es sich hier um keinen Speed-Test handelte.

[12] Eine methodisch–logisch stringentere Untersuchung basierend auf Schnotz' Fragestellung und Design könnte darin liegen, zunächst nach Abschluss der Lernphase sicherzustellen, dass die Visualisierungen tatsächlich zu dem Aufbau eines adäquaten mentalen Modells geführt haben, indem kontrolliert wird, dass die Versuchspersonen alle Fragen (die für ihre Visualisierung geeigneteren und die weniger geeigneten) korrekt beantworten. Ein daran anschließender Speed- oder Präferenztest könnte dann zeigen, ob die Probanden in den Aufgaben ihrer jeweiligen Visualisierung dann beispielsweise schneller sind (ob diese Information also schneller verfügbar ist). Dies könnte einen stärkeren Hinweis auf die Beschaffenheit mentaler Modelle geben; auch dann allerdings sollte eine Argumentation über die Abbildung bildhafter Oberflächenstrukturen vorsichtig geführt werden.

Diagrammtypen nicht experimentell kontrolliert miteinander verglichen, zeigt sich in ihren Ergebnissen doch die Tendenz, dass Diagramme besonders dann für die untersuchte Art schlussfolgernden Denkens hilfreich sind, wenn sie die mentale Simulation verschiedener Situationen durch konkrete (statt arbiträre) Symbole vereinfachen. Aus den berichteten Studien von Schnotz lässt sich die instruktionale Konsequenz ziehen, dass die Verwendung unterschiedlich strukturierter Diagramme sehr abhängig von dem konkreten Aufgabeninhalt ist.

Allerdings ist die Konstruktion mentaler Modelle selbstverständlich nicht nur von der Gestaltung der externen Visualisierungen abhängig, wie die Fortsetzung des obigen Zitats verdeutlicht: *"Zum einen basiert die Konstruktion eines mentalen Modells beim Bildverstehen auf einem anforderungsabhängigen Selektionsprozess: Da im allgemeinen Individuen ihre Verarbeitung an die antizipierte Aufgabenstruktur anpassen, werden nur jene Teile der grafischen Konfiguration in den Prozess der Strukturabbildung einbezogen, die für die Bewältigung antizipierter Anforderungen relevant sind. Zum anderen wird das mentale Modell durch die Aktivierung von Weltwissen elaboriert und enthält deshalb auch Informationen, die im Bild gar nicht dargestellt sind."* (Schnotz & Bannert, 1999, S. 223).

Dieses Zitat verdeutlicht, dass man sich die Konstruktion mentaler Modelle nicht nur in Abhängigkeit von äußeren Faktoren, nämlich der externen Visualisierung, vorzustellen hat, sondern auch den Einfluss interner kognitiver Strukturen des Lernenden, beispielsweise die Vorerfahrung, miteinbeziehen muss, denen eine entscheidende Rolle bei der Bearbeitung externer Visualisierungen und der Konstruktion mentaler Modelle zuerkannt wird (siehe z.B. auch Lewalter, 1997). Entsprechende Studien zu den Randbedingungen der Wirkung von Repräsentationsformen sollen nun vorgestellt werden.

2.4 Randbedingungen der Wirkung von Repräsentationsformen

Nachdem nun das theoretische Rahmenmodell von Schnotz zum Einfluss externer Visualisierungen auf den Wissenserwerb vorgestellt wurde, sollen im Folgenden einige Randbedingungen zur Wirkungsweise von Repräsentationsformen erläutert werden. Es handelt sich dabei um Untersuchungen zu weiteren repräsentationsspezifischen Einflussfaktoren sowie zur Wirkungsweise von Vorerfahrung.

2.4.1 Interaktive versus statische Visualisierungen

Die vorangegangenen Ausführungen machen deutlich, dass die individuelle Leistung beim Erwerb eines neuen Wissensinhaltes (und damit die angenommene Konstruktion eines mentalen Modells) mithilfe externer Visualisierungen von der Art der zur Verfügung stehenden Visualisierung abhängt. Der Einfluss der spezifischen Gestaltung der Visualisierung sowie eines weiteren Kontextmerkmals soll durch eine weitere Untersuchung von Schnotz und Kollegen ausgeführt werden (Schnotz, Böckheler, Grzondziel, Gärtner & Wächter, 1998). In dieser Untersuchung greifen Schnotz und Kollegen (1998) die Thematik der interaktiven multimedialen Lernumgebungen auf und gehen der Frage nach, inwieweit sich der Einfluss interaktiver, animierter Visualisierungen eines Lerngegenstandes auf den Wissenserwerb von dem statischer Visualisierungen unterscheidet. Die Autoren greifen damit ein Argument auf (u.a. von Salomon, 1994), nach dem dynamische Bilder äußere Unterstützung für den Aufbau dynamischer mentaler Modelle, also mentaler Simulationen, bieten können und damit gerade lernschwachen Schülern, die bei eigenständigen mentalen Simulationen Probleme haben, Verstehenshilfe bieten.

In einer Untersuchung über den schon beschriebenen Lerngegenstand des Verständnisses unterschiedlicher Zeit- und Datumszonen auf der Erde wurde zwei Gruppen die bereits vorgestellte Kreisvisualisierung präsentiert, und zwar sowohl in einem statischen als auch in einem interaktiven, dynamischen Format. In der dynamischen Version hatten die Probanden Gelegenheit, die durch die Erddrehung bedingten Zeitveränderungen mithilfe des Computersystems zu simulieren und die daraus resultierenden Zeitzustände an verschiedenen Orten der Erde zu beobachten. Bei den statischen Bildern konnten diese aktiven Explorationen nicht durchgeführt werden. Gemessen wurde die Enkodierung von Detailinformation (dies entspricht den oben beschriebenen Aufgaben zu Zeitunterschieden zwischen verschiedenen Städten auf der Erde) sowie die Leistung in sogenannten Simulationsaufgaben (Aufgaben, die den oben beschriebenen Datumsänderungsaufgaben entsprachen), die den Vollzug interner Simulationen anhand eines mentalen Modells erforderten. Die Untersuchung wurde jeweils in zwei Experimentalgruppen durchgeführt, und zwar zum einen als Individualtest und zum anderen in einer kooperativen Lernumgebung, in der jeweils zwei Partner gemeinsam mit der interaktiven oder der statischen Version dieser Visualisierung arbeiteten.

Entgegen den oben berichteten Annahmen bezüglich des Vorteils dynamischer Abbildungen zur Unterstützung mentaler Simulierung verschiedener Zustände zeigten die Gruppen mit der animierten Version des Bildes (sowohl in der individuellen als auch in der kooperativen Lernbedingung) keine besseren Leistungen in den Aufgaben, die die Simulation von Ereignissen und damit den flexiblen Umgang mit mentalen Modellen erforderten. In dem kooperativen Lernkontext war die Gruppe mit der animierten / interaktiven Bildversion sogar signifikant schlechter als die Gruppe mit den statischen Abbildungen. Dieses Ergebnis ist im Vergleich zu Befunden ähnlicher Studien erstaunlich. Auch wenn in einigen Studien animierte Bilder nur zu einem etwa gleich hohen Lernerfolg führen wie statische Bilder (z.B. McClosky & Kohl, 1983; Reed, 1985), so gibt es doch häufiger Hinweise auf eine positive Wirkung von animierten versus statischen Bildern (Kaiser, Proffitt & Anderson 1985; Rieber, 1990; Thompson & Rieding 1990). Rieber (1990) konnte beispielsweise feststellen, dass Viertklässler beim Erlernen einer Unterrichtseinheit mit Newton's Bewegungsgesetzen signifikant bessere Ergebnisse mit animierten Bildern als mit statischen oder mit gar keinen Bildern erzielten – vorausgesetzt, die Animationen standen in direkter Beziehung zum Lerntext und waren in kleinere Sequenzen unterteilt.

Wie erklären sich Schnotz und Kollegen (1998) dieses schlechte Abschneiden der Versuchsteilnehmer mit der animierten Visualisierung? Sie führen zwei Gründe an: Zum einen argumentieren sie, dass animierte / interaktive Versionen einer Abbildung oft zusätzliche kognitive Kapazitäten für instruktionale Aufgaben erfordern. Zwar haben die Lernenden mit interaktiven Medien viele Möglichkeiten, diese individuell anzuwenden, jedoch sind für eine optimale Nutzung auch zusätzliche kognitive Prozesse nötig, beispielsweise Entscheidungen über das exakte Ziel, die dahin führenden Unterziele, die Reihenfolge dieser Ziele und wie die erforderliche Information beschafft werden kann. Diese Entscheidungen und Prozesse verlangen kognitive Kapazität, die von der eigentlichen Verarbeitung der inhaltsrelevanten Fragen wegführen kann. Besonders deutlich wurde dies in dem schlechteren Ergebnis der "animierten" Gruppe im kooperativen Kontext. Auswertungen der Gesprächsprotokolle während der Lernphase verdeutlichten, dass die Partner mit den animierten Versionen in ihren Diskussionen wesentlich häufiger das Lernsystem selber und die Koordination der Lernaktivitäten thematisierten als die Lernenden mit der statischen Version. Mit den Annahmen zu einer erhöhten kognitiven Belastung bei der Bearbeitung animierter / interaktiver Visualisierungen sprechen Schnotz und Kollegen (1998) die Theorie der kognitiven Belastung (cognitive load) von Sweller und Kollegen an (Chandler & Sweller, 1991; Sweller, 1988).

Neben diesem Argument einer erhöhten kognitiven Beanspruchung mit inhaltsirrelevanten Themen bei animierten Versionen bezieht sich ein zweites Argument auf den fehlenden Anreiz zur selbständigen Modellierung spezifischer mentaler Zustände. Schnotz äußert die Vermutung, dass die externe Simulierung spezifischer Zustände die Probanden indirekt davon abhalten kann, die betreffenden Simulationen selbst zu vollziehen, während die Versuchsteilnehmer mit der statischen Visualisierung in der Lernphase gezwungen waren, diese Simulationen selber zu vollziehen (Schnotz, 1997). Zudem stand in der statischen Bedingung der Ausgangszustand ständig zur Verfügung, so dass dieses Bild enkodiert werden konnte.

Schnotz gibt zu bedenken, dass sich dieses Argument vor allen Dingen auf Lernende mit besseren Lernvoraussetzungen bezieht, da diese eigentlich die nötigen Voraussetzungen hätten, die mentalen Simulationen eigenständig durchzuführen, aber durch die Präsenz der externen animierten Visualisierung diese eigenständige Repräsentation nicht nutzten. Für schlechtere Lerner auf der anderen Seite, die eventuell nicht zur selbständigen Durchführung von Simulationen in der Lage sind, könnten animierte Versionen eher hilfreich sein. Leider liegen zu dieser Differenzierung zwischen schlechten und guten Lernenden mit den unterschiedlichen Bedingungen in der besprochenen Untersuchung keine Ergebnisse vor (für eine ausführlichere Diskussion zu dieser Thematik siehe jedoch Kapitel 2.4.3). Allerdings könnten Befunde von Lewalter (1997) dieses Argument indirekt bestätigen. Sie fand, dass Animationen besonders gut zu einer Annäherung der Lernleistung zwischen Lernenden mit unterschiedlichem Vorwissen führen.

Im Lichte der oben berichteten Ergebnisse anderer Autoren (z.B. Rieber, 1990) kann aus Schnotz' Resultaten natürlich nicht der Schluss gezogen werden, dass animierte Visualisierungen generell schädliche Effekte für den Lernprozess haben. Vielmehr zeigt diese komplexe Ergebnislage eine nicht triviale Interaktion zwischen verschiedenen äußeren und inneren Faktoren bei der effektiven Nutzung von Repräsentationsformen für die Informationsgewinnung auf. Aus der praktischen Perspektive zeigen diese Befunde, dass bei dem Einsatz externer Visualisierungen sowohl Charakteristika der einzelnen Formen als auch der Lernenden und der kontextuellen Faktoren mit zu beachten sind. Dies wird auch an den folgenden Befunden deutlich.

2.4.2 Visualisierungen versus Text

Schließlich soll noch ein weiteres bemerkenswertes Resultat der Untersuchung von Schnotz und Kollegen aufgegriffen werden. In einer Folgeuntersuchung wurde zusätzlich zu den beiden Visualisierungsgruppen eine dritte Gruppe berücksichtigt, die in der Lernphase lediglich den Hypertext, aber keine Visualisierung erhielt (Schnotz & Bannert, 1999). Die Ergebnisse für die beiden Visualisierungsgruppen sind identisch mit den oben geschilderten. Spannend sind aber auch die Ergebnisse der O-Gruppe (Gruppe **o**hne Visualisierung). Sie war nicht nur nicht schlechter als die beiden Visualisierungsgruppen, im Gegenteil: Bei den Zeitdifferenzaufgaben schnitt sie sogar am besten von allen drei Gruppen ab, während sie in den Erdumkreisfragen immerhin noch höhere Leistungen als die Teppichgruppe zeigte.

Wie kann dieses Ergebnis gedeutet werden? Sind Visualisierungen also eher hinderlich für die korrekte Lösung und beim Aufbau mentaler Modelle? Schnotz und Bannert (1999) diskutieren dieses Ergebnis in Zusammenhang mit den Vorhersagen der Strukturinterferenzhypothese: Nach dieser Hypothese könnte man annehmen, dass sich Lernende mit guten Lernvoraussetzungen auch ohne Visualisierungen (nur anhand eines Textes) ein adäquates mentales Modell des zu lernenden Sachverhalts aufbauen können. Die zusätzliche Vorgabe einer externen Visualisierung könnte dann sogar mit dem schon konstruierten mentalen Modell interferieren, wenn diese externe Visualisierung für bestimmte Aufgaben (wie z.B. das Kreisbild für die Zeitdifferenzaufgaben) nicht so gut geeignet ist wie das bereits bestehende mentale Modell. Unter diesem Aspekt könnten also mit einer Visualisierung schlechtere Leistungen erzielt werden als ohne. Da es sich bei den Probanden der Untersuchung um Universitätsstudenten handelte, setzten Schnotz und Kollegen diese hohen Lernvoraussetzungen voraus, so dass *"hier nicht die Unterstützung der mentalen Modellkonstruktion durch Bilder, sondern eher Interferenz zwischen Bildern und mentalem Modell im Vordergrund stand."* Die Autoren ziehen weiterhin den Schluss: *"Bilder haben nur dann eine lernfördernde Funktion, wenn die Lernenden eher geringere Lernvoraussetzungen haben und die Bilder den Sachverhalt in einer anforderungsadäquaten Form visualisieren."* (beide Zitate Schnotz & Bannert, 1999, S. 234). Interessant wäre in diesem Fall ein Vergleich von Lernenden mit hohen und niedrigen Lernvoraussetzungen in den drei Gruppen (Teppichbild, Kreisbild, ohne Visualisierung), der hier allerdings nicht berichtet wird. Nach den Annahmen der oben berichteten Strukturinterferenzhypothese sollten sich in diesen drei Gruppen bei den Lernenden mit niedrigen Lernvoraussetzungen die Vorteile der O-Gruppe gegenüber den beiden Visualisierungsgruppen nicht bestätigen lassen. Abschließend zu dieser Thematik soll auf eine Untersuchung von Geyselinck und Tardieu (1994) hingewiesen werden, die ebenso wie Schnotz und Bannert (1999) keine Lernvorteile für eine Gruppe feststellten, die eine Lerneinheit zur Zellteilung mit (Text und) Visualisierung erarbeiten konnten, gegenüber einer Gruppe, die nur einen Text zur Verfügung hatte. Auch bei diesen Versuchsteilnehmern handelte es sich um erfahrene Lerner (Studenten, die den Prozess der Zellteilung schon zwei Jahre zuvor behandelt hatten). Also auch hier könnte die Erklärung von Schnotz und Bannert (1999) greifen.[13] Weitere Befunde zu dem Einfluss unterschiedlicher Lernvoraussetzungen auf den Nutzen von Visualisierungen werden nun im folgenden Abschnitt erörtert.

2.4.3 Der Einfluss des Vorwissens auf die Effizienz von Visualisierungen

Die beiden vorhergehenden Abschnitte wiesen immer wieder auf den angenommenen moderierenden Einfluss personenspezifischer Faktoren (z.B. Vorerfahrung mit der Thematik) auf die Effizienz von Repräsentationsformen hin. Dieser Einfluss soll zunächst noch einmal anhand der oben beschriebenen Untersuchung von Schnotz und Kollegen (1996) beschrieben und dann im Licht der Befunde der übrigen Literatur diskutiert werden.

In der unter Punkt 2.3.4 beschriebenen Studie von Schnotz und Kollegen (1996), in der zwei unterschiedliche Repräsentationsformen (Teppichbilder und Kreisbilder) in ihrer Wirkung auf die Beantwortung unterschiedlich strukturierter Fragen untersucht wurden, wurde zusätzlich auch der Einfluss des Vorwissens erfasst. Es stellte sich heraus, dass die Unterschiede zwischen den Versuchsgruppen in den jeweiligen repräsentationsunspezifischen Fragestellungen bei Lernenden mit niedrigem Vorwissen deutlicher waren als bei Lernenden mit höherem Vorwissen. Lernende mit weniger Vorwissen hatten bei den für ihre Repräsentationsform untypischen Aufgaben jeweils größere Schwierigkeiten als Lernende mit hohem Vorwissen, während sich die beiden Vorwissensgruppen in den für ihre jeweilige Repräsentationsform typischen Aufgabenformen leistungsmäßig nicht unterschieden. Dieser Vorteil von Personen mit hohem Vorwissen bei den repräsentationsunspezifischen Fragen gegenüber den Personen mit niedrigem Vorwissen erstaunt ein wenig im Lichte der eben diskutierten Strukturinterferenzhypothese. Zusammengenommen kann man jedoch - obwohl keine Vortestwerte vorliegen - tendenziell schließen, dass <u>adäquate</u> Repräsentationsformen besonders hilfreich für Lernende mit <u>wenig Vorwissen</u> sind. Diese Gruppe erzielte in den entsprechenden Aufgaben die gleichen guten Ergebnisse wie die Lernenden mit

[13] Es soll hier jedoch nicht verschwiegen werden, dass Geyselinck und Tardieu (1994) in ihrer Argumentation bezüglich der Effektivität einer Visualisierung nicht konform mit den Annahmen von Schnotz und Bannert (1999) oder auch Mayer und Gallini (1990) gehen. Während Schnotz und Kollegen einen besonderen Einfluss von Visualisierungen auf die Konstruktion eines mentalen Modells sehen (und daher gerade für inhaltsunerfahrene Studenten einen Vorteil vermuten) nehmen Geyselinck und Tardieu (1994) auf der anderen Seite an, dass Visualisierungen besonders hilfreich zur Stärkung / Elaboration eines schon vorhandenen mentalen Modells sind. Sie führen die fehlenden Leistungsunterschiede zwischen der Visualisierungs- und der Nur-Textgruppe gerade darauf zurück, dass vermutlich in einer ersten Phase, in der nur der Text repräsentiert wurde, kein korrektes, adäquates mentales Modell aufgebaut wurde, die positive Wirkung der Visualisierung sich aufgrund dieses schlechten Modells also nicht entfalten konnte. Allerdings bieten die Autoren keine weiteren überzeugenden Hinweise für diese These.

besseren Eingangsvoraussetzungen. Sind die Visualisierungen für eine bestimmte Aufgabe jedoch eher inadäquat, dann scheinen diese Lernenden mit niedrigem Vorwissen im Vergleich zu den Lernenden mit gutem Vorwissen besonders wenig von ihnen zu profitieren.

Schnotz und Kollegen (1996, S. 210) bieten zwei Schlussfolgerungen zu diesen Ergebnissen an, die sich vor allen Dingen auf die bessere Leistung der Personen mit hohem Vorwissen in den untypischen Aufgaben beziehen[14]: Zum einen könnte man annehmen, dass Lernende mit höherem Vorwissen besser in der Lage sind, nur den informationstragenden Teil der Visualisierung in die mentale Modellkonstruktion mit einzubeziehen und die "Oberflächenmerkmale einer graphischen Darstellung" auszublenden. Schnotz und Kollegen (1996) favorisieren jedoch eine zweite Schlussfolgerung: Sie diskutieren die Annahme, dass Personen mit höheren Lernvoraussetzungen eine höhere kognitive Flexibilität besitzen, die sie dazu befähigt, unterschiedliche mentale Modelle zu konstruieren und diese anforderungsspezifisch anzuwenden. Personen mit niedrigeren Lernvoraussetzungen auf der anderen Seite könnten in ihrer Modellkonstruktion durch die Art der Visualisierung stärker festgelegt sein. Dies würde also bedeuten, dass eine unerfahrene Gruppe besonderes sensibel auf Eigenschaften (adäquate und inadäquate) externer Repräsentationsformen reagiert.

Obwohl die Ergebnisse in der Literatur nicht ganz eindeutig sind, bestätigen doch die meisten Befunde, dass vor allem <u>Lernende mit geringem Vorwissen</u> von (adäquaten) externen Visualisierungen <u>profitieren</u> können (Koran & Koran, 1980; Levie & Lentz, 1982). Im wesentlichen gehen diese Autoren auch mit der Interpretation von Schnotz und Kollegen (1996) konform, wonach dies mit der hilfreichen Funktion der externen Visualisierungen bei dem Aufbau eines mentalen Modells zusammenhängt (siehe auch Mayer & Gallini, 1990). Dies bestätigen auch Befunde von Dean und Enemoh (1983), die zeigen konnten, dass sich innerhalb eines geographischen Lernkontextes (Mäanderbildung) eine adäquate Visualisierung zu Beginn eines Textes positiv auf die Lernleistung auswirkt. Insbesondere Versuchspersonen mit nur wenig Vorwissen profitierten so stark, dass sie sich in ihrer Lernleistung nach Rezeption des Textes und der Visualisierung nicht mehr von den Versuchsteilnehmern mit hohem Vorwissen unterschieden. Diese Ergebnisse sind in etwa vergleichbar mit denen von Schnotz für die jeweils repräsentationskonformen Aufgaben, bei denen sich die Lernleistung zwischen Schülern mit niedrigem und hohem Vorwissen auch nicht mehr unterschied. Dean und Enemoh (1983) führen diese positive Wirkung der Repräsentationsform auf ihre organisierende Funktion (zu Beginn des Textes) zurück. Wurde die Visualisierung nämlich erst

[14] Man beachte den Gegensatz zu der Strukturinterferenzhypothese.

nach dem Lehrtext präsentiert, dann hatte sie kaum Einfluss auf die Lernleistung der Lernenden mit wenig Vorwissen (siehe hierzu auch Verdi, Johnson, Stock, Kulhavy & Whitman-Ahern, 1997).

Externen Repräsentationsformen wird also nicht nur ein mehr oder weniger nützlicher Effekt für die Informationsgewinnung zugeschrieben, es werden auch potentielle Nachteile von (inadäquaten) Abbildungen für Personen mit hohem Vorwissen diskutiert. Ein Grund hierfür mag sein, dass potentiell unvorteilhafte Repräsentationen mit einem schon vorhandenen (adäquateren) mentalen Modell (das kompetente Lerner sich bereits ohne die Visualisierung gebildet haben) interferieren könnten. Mit dieser Annahme erklären Schnotz und Kollegen auch die Befunde, nach denen in bestimmten Problemsituationen Personen, die keine externe Visualisierung zur Verfügung hatten, bessere Leistungen zeigten, als Personen, die eine (vermutet) unvorteilhafte Repräsentationsform bekamen (siehe oben).

Auf der anderen Seite muss bei dieser Diskussion berücksichtigt werden, dass sich die besprochenen Voraussetzungen auf inhaltsspezifische Aspekte beziehen und für den Umgang mit relativ leicht zu verstehenden Repräsentationsformen gelten. Es scheint, dass der differenzierte Einfluss von Repräsentationsformen auf Personen mit mehr oder weniger Vorwissen auch von der Art der Visualisierung abhängig ist. So fanden Stern, Aprea und Ebner (in Druck) im Umgang mit komplexeren Formen wie Graphen gerade einen positiveren Effekt bei Personen mit mehr Vorwissen, das sich sowohl auf den geübten Umgang mit eben dieser Repräsentationsform bezog als auch inhaltlicher Natur war.

Die eben beschriebenen Untersuchungen geben einen interessanten Hinweis auf die komplexe Interaktion zwischen personenspezifischen Faktoren und externen Repräsentationsformen. Für diese komplexe Interaktion zwischen Art des Aufbaus der Repräsentationsform, Lernereigenschaften und Passung an die Aufgabe spricht auch das Modell von Mayer (z.B. Mayer & Gallini, 1990), in der er vier Voraussetzungen für eine effektive Wirkung von Illustration postuliert. Neben der Annahme, dass Illustrationen besonders effektiv für (inhalts)unerfahrene Lerner sind[15], setzt Mayer auch voraus, dass die Illustration sowie ein dazugehöriger Text erklärend sind sowie dass sensible Tests für die Leistungsmessung benutzt werden.

Im Lichte der oben beschriebenen Befunde und aufbauend auf den vorgestellten theoretischen Annahmen stellt sich die Frage, welche Möglichkeiten zur optimalen Nutzung von

[15] Damit sind die Lerner gemeint, die noch nicht spontan, d.h. ohne Illustrationsform, ein "lauffähiges" mentales Modell bilden.

Repräsentationsformen sich bieten und wie man den Umgang mit externen Repräsentationsformen für die Wissensgewinnung am effektivsten gestalten und fördern könnte. Diese Fragen sollen im Folgenden diskutiert werden.

2.5 Voraussetzungen und Förderung des Umgangs mit Repräsentationsformen

Basierend auf den oben vorgestellten theoretischen Annahmen zur Enkodierung und Verarbeitung externer Visualisierungen sowie auf den empirischen Befunden (Punkt 2.4) zu deren adäquaten Einsatzmöglichkeiten sollen in diesem Unterkapitel Schlussfolgerungen bezüglich der notwendigen Voraussetzungen für den effektiven Umgang mit Repräsentationen sowie Punkte zur Förderung ihrer Anwendung diskutiert werden.

Nach den theoretischen Annahmen von Schnotz (1994), der zwischen mentalem Modell und visueller Abbildung eine Analogierelation sieht, kann das Verstehen einer externen visuellen Repräsentation als ein Prozess der Strukturabbildung eines Systems externer räumlicher Entitäten und Relationen auf ein System von internen semantischen Entitäten und Relationen gesehen werden. Für den Aufbau eines mentalen Modells müssen diese Strukturen sowie die Analogie natürlich erkannt und sinnvoll genutzt werden können.

Auf der Grundlage der Annahmen zur Bildrezeption (präattentive und attentive Phase) kann man davon ausgehen, dass die Informationsgewinnung durch externe Visualisierungen von folgenden zwei Faktoren abhängig ist: Sie ist um so effektiver, je leichter die graphischen Strukturen der Visualisierung wahrzunehmen sind (präattentive Phase), d.h. je besser sie mit dem repräsentierten Sachverhalt übereinstimmen. Zweitens kann auch angenommen werden, dass die Informationsaufnahme aus Visualisierungen um so effektiver ist, je besser der Rezipient die Übereinstimmung zwischen Bild und Sachverhalt erkennt und je treffender er (während der attentiven Phase) die Bedeutung der externen Repräsentation interpretieren kann.

Der Aufwand für die Konstruktion eines mentalen Modells kann also durch interne und externe Verarbeitungsbedingungen beeinflusst werden. Interne Verarbeitungsbedingungen betreffen nicht nur die Vertrautheit mit dem Inhaltsgebiet und die allgemeinen kognitive Fähigkeiten, sondern auch die Fähigkeit, mit bestimmten Visualisierungen flexibel umzugehen (visual literacy). Diese Voraussetzungen sowie ihre Förderung wird unter Punkt 2.5.2 diskutiert. Auf der anderen Seite können externe Verarbeitungsbedingungen wie die Gestaltung der Darstellung optimiert werden.

Dazu bieten die Annahmen zum Prozess der präattentiven Phase (z.B. Gestaltgesetze) wertvolle Hinweise. Diese sollen im Folgenden (Punkt 2.5.1) erläutert werden.

2.5.1 Darstellungsspezifische Voraussetzungen

Aus den oben ausgeführten Überlegungen zum Ablauf der präattentiven Phase lässt sich die Schlussfolgerung ziehen, dass externe Visualisierungen so gestaltet sein sollten, dass die Aufnahme, Strukturierung und Klassifizierung der graphischen Komponenten optimal vonstatten gehen kann und auf die spezifischen kognitiven, perzeptuellen und physiologischen Verarbeitungsmechanismen der menschlichen Natur abgestimmt ist. Wie schon erwähnt, basieren die Annahmen zu dem Verarbeitungsprozess der Bildrezeption auf den theoretischen Grundlagen gestaltpsychologischer Ansätze (z.B. Wertheimer, 1938). Die Vertreter dieser Richtung gehen von einer Tendenz unseres Wahrnehmungssystems aus, das Wahrnehmungsfeld möglichst einfach zu strukturieren (z.B. Koffka, 1935). Dies geschieht durch Zusammenfassung einzelner Komponenten der graphischen Darstellung zu größeren Einheiten. Aus diesen theoretischen Ansätzen lassen sich auch Schlussfolgerungen ziehen, wie eine Visualisierung optimal aufgenommen werden kann.

2.5.1.1 Annahmen aus den Gestaltgesetzen

Ausgangspunkt in den gestaltpsychologischen Annahmen über die menschliche Wahrnehmung ist die Trennung zwischen Figur und Grund. Eine gute Gestalt (der Figur) zeichnet sich dadurch aus, dass sie sich so prägnant wie möglich vom Grund abhebt. Dieses Prinzip der Prägnanz wirkt sich in mehreren Gestaltgesetzen[16] aus. Zu den wichtigsten davon zählen die Gesetze der Nähe, der Ähnlichkeit, der Geschlossenheit und der guten Fortsetzung. Diese sollen kurz in ihrem Bezug zur Wahrnehmung Logischer Bilder vorgestellt werden (für eine ausführlichere allgemeine Beschreibung siehe Kebeck, 1994).

So besagt das Gesetz der Nähe, dass nahe zusammen liegende graphische Elemente eher als zusammengehörig wahrgenommen werden als weiter auseinanderliegende Elemente. Ziel ist die Gruppierung von dichten und voneinander stark isolierten Gruppen. Schnotz (1994) nennt als Beispiel die automatische Zuordnung von Beschriftungen in einem Diagramm zu der am nächsten liegenden graphischen Komponente. Weiter wird ein Gesetz der Ähnlichkeit angenommen, wonach Elemente mit ähnlichen Merkmalen eher zusammengefasst werden als Elemente mit unterschiedlichen Merkmalen. So wird beispielsweise in einer Vier-mal-Vier-Matrix bestehend aus acht roten und acht

[16] Nach Kebeck (1994) wurden über 100 dieser Gruppierungs- oder Gestaltgesetze identifiziert.

blauen Punkten je nach räumlicher Anordnung der Farben entweder die Wahrnehmung der Reihen (1. Reihe - blaue Punkte, 2. Reihe - rote Punkte etc.) oder die der Spalten (1. Spalte - blaue Punkte, 2. Spalte - rote Punkte etc.) forciert. Das Gesetz der Geschlossenheit oder guten Gestalt bezieht sich auf die Tendenz, Figuren zu vervollständigen, also Lücken auszufüllen. Bezogen auf ein Diagramm nimmt der Leser komplette Säulen wahr, auch wenn sie übereinander gestaffelt sind (siehe Schnotz, 1994). Nach dem Gesetz der guten Fortsetzung tendiert das visuelle System dazu, Konturen in Kontinuität ihres ursprünglichen Kurses wahrzunehmen. Dadurch bleiben auch in einem Funktionsdiagramm mehrere sich schneidende Linien voneinander unterscheidbar.[17]

Die genannten Annahmen zur präattentiven Verarbeitung visueller Information nach den Gestaltgesetzen bieten wichtige Hinweise zur adäquaten Strukturierung und Gestaltung einer visuellen Form, so dass sie möglichst effektiv rezipiert und verarbeitet werden kann (siehe auch Fleming & Levie, 1984). Interessant erscheint vor allen Dingen das Gesetz der Nähe, das mit der theoretischen Argumentation von Larkin und Simon (1987) bezüglich der Relevanz räumlich nah enkodierter Elemente korrespondiert. Bekanntes Beispiel für Vorschläge zur optimalen Gestaltung von Visualisierungen, in der die Gestaltgesetze berücksichtigt werden, ist Kosslyn's Monographie "Elements of graph design" (1994).

2.5.2.2 Weitere Befunde zur adäquaten Gestaltung visueller Darstellungen

Neben den Hinweisen für eine optimale Gestaltung von Visualisierungen, die auf den Gestaltgesetzen beruhen, gibt es noch eine Fülle weiterer Vorschläge zur adäquaten Konstruktion von externern Repräsentationsformen. William Winn's Untersuchungen zeigen beispielsweise, wie wichtig bei der Gestaltung einer Visualisierung auch die Reihenfolge der Platzierung einzelner Elemente ist. So fand er, dass das Einhalten von Bildkonventionen (Lesen von links nach rechts im anglo-europäischem Sprachraum) das Verständnis der Zusammengehörigkeit einzelner Bildelemente wesentlich erleichtert (1982, für eine Übersicht siehe Winn, 1994).

Neben der optimalen Platzierung der Elemente einer Visualisierung nach den Gestaltgesetzen oder anderen Konventionen werden noch weitere Vorschläge zur angemessenen Gestaltung von Visualisierungen gegeben: So zählt Schnotz (1994) vier allgemeine Gestaltungsprinzipien für Logische Bilder auf. Diese betreffen zum einen die syntaktische Klarheit, d.h. die Elemente und Relationen in einem Logischen Bild müssen für den Rezipienten klar und einfach erkennbar sein. Dies bezieht auch die Annahmen zu den Gestaltgesetzen mit ein, dass zusammengehörige Komponenten durch

[17] Noch deutlicher wird diese Wahrnehmungstendenz in der Leistung bei der Arbeit mit einem Schnittmuster.

räumliche Nähe, gleiches Aussehen oder andere Indizien als zusammengehörig erkennbar sein sollten. Zweitens, semantische Klarheit: Darunter versteht Schnotz (1994), dass die Komponenten des Logischen Bildes jeweils so gestaltet sein sollten, dass sie die semantischen, konzeptuellen Gemeinsamkeiten auch eindeutig vermitteln können. Beispielsweise soll der Einsatz der Farbgebung gut bedacht werden. Während sich Kolorierung gut eignet, wenn relativ wenige Merkmalsausprägungen (besonders bei nominal skalierten Eigenschaften) hervorgehoben werden sollen, eignet sie sich weniger gut zur Darstellung quantitativer Unterschiede. Neben semantischer und syntaktischer Klarheit schlägt Schnotz (1994) noch implizite Ordnungen als wichtigen Gestaltungshinweis vor. Damit ist gemeint, dass die Anordnung der Komponenten, also beispielsweise der Balken in einem Balkendiagramm, auch bei nominalskalierten Daten in einer impliziten logischen Ordnung vorgenommen werden sollte. Schließlich rät Schnotz (1994) zur Sparsamkeit bei der Bildgestaltung und plädiert dafür, die Komplexität von Bildern zu reduzieren.

Neben diesen allgemeinen Gestaltungsprinzipien gibt Schnotz (1994) noch Hinweise darauf, wie die verschiedenen Formen Logischer Bilder (z.B. Kreis-, Balken-, Liniendiagramme) für unterschiedliche Fragestellungen unterschiedlich optimal eingesetzt werden können. Nur am Rande sei hier erwähnt, dass für andere Arten von Visualisierungen, beispielsweise bei animierten Bildern und Filmen, auch Fokussierungshilfen wie das Zoomen oder die Art der Kameraführung eine hilfreiche Rolle spielen können (Salomon, 1994).

Neben diesen allgemeinen Gestaltungsprinzipien sei abschließend noch besonders auf ein spezifisches Element der Bildgestaltung hingewiesen. Es betrifft die angemessene Kontextualisierung einer Visualisierung. Gerade bei Lernenden mit noch geringer Erfahrung sowohl in einem Inhaltsgebiet als auch in der Nutzung von bestimmten Visualisierungen verhilft eine angemessene Kontextualisierung zur Aktivierung relevanten Vorwissens. Der Lernende kann so an bisherige Wahrnehmungserfahrungen anknüpfen, was den Wahrnehmungsprozess erleichtert. Diese Eigenschaft scheint besonders wichtig im Hinblick auf häufig berichtetes "bloßes Ablesen" von Informationen aus komplexeren Visualisierungen. So berichten Mevarech und Kramarski (1997) beispielsweise, dass Schüler nach systematischer Instruktion zu den Konventionen eines Logischen Bildes zwar häufig oberflächlich relevante Informationen ablesen können, es ihnen jedoch schwer fällt, diese in einem Gesamtzusammenhang und auf die jeweilige Problemsituation zu übertragen (siehe auch Punkt 2.6.2).

Die oben dargestellten Befunde beziehen sich hauptsächlich auf eine optimale Bildverarbeitung hinsichtlich der präattentiven Phase. Wie wichtig diese Phase für einen wirkungsvollen Umgang mit der Visualisierung ist, soll im nächsten Abschnitt behandelt werden.

2.5.2.3 Bedeutung der adäquaten Gestaltung von Visualisierungen für die präattentive Phase

Die Bedeutung von effektiven Organisationsprozessen graphischer Elemente während der präattentiven Phase für die Interpretation der Visualisierung verdeutlicht auch eine Studie von Owens (1985), die mit zweideutigen Bildern arbeitete (z.B. alte Frau - junge Frau, wie es in jedem Lehrbuch zur Allgemeinen Psychologie zu finden ist). Owens (1985) konnte zeigen, dass die Interpretation dieses ambiguen Bildes nach einer längeren (attentiven) Betrachtungsphase davon abhing, mit welcher leicht veränderten (aber dadurch eindeutig klassifizierbaren) Version des Bildes (junge oder alte Frau) die Versuchsteilnehmer während einer präattentiven Phase tachistoskopisch geprimt wurden.

Die präattentive Phase ist nicht nur wichtig für das erste oberflächliche Enkodieren von Bildern. In diesem kurzen Prozess entscheidet sich auch, ob sich der Betrachter weiterhin mit der Visualisierung beschäftigt und damit die Chance zu einer elaborierten Auseinandersetzung erhöht. Diese Annahmen können auch in Zusammenhang mit dem von Weidenmann (1988) konzeptualisierten Prozess des Bildverstehens diskutiert werden. Demnach besteht während der ersten Auseinandersetzung mit dem Bild (Initialphase) ein kritischer Punkt für die Fortführung der Beschäftigung mit dem Bild abhängig von dem Grad des Normalisierungsbedarfs und der Virulenz. Dabei versteht Weidenmann (1988) unter Normalisierungsbedarf das Bedürfnis nach Verständnis eines schwierigen Bildes, während mit Virulenz die Menge der Assoziationen bezeichnet wird, die das Betrachten des Bildes auslöst. Hohe Virulenz und bestehender Normalisierungsbedarf werden dann als Hinweis für eine weiterführende Betrachtung des Bildes gesehen.

Oft zeigt es sich, dass Bildrezipienten sowohl den Konstruktions- und Nutzungsaufwand bei der Rezeption einer visuellen Abbildung wie auch den Informationsgehalt von Bilden falsch einschätzen (Salomon, 1984) und demnach von einer tieferen Elaboration der Visualisierung absehen. Es zeigt sich, dass gerade einfach zu verstehende, relativ realitätsnahe Bilder zu einer "Verstehensillusion" verführen können (Moore & Dwyer, 1994; Petterson, 1994). Mokros und Tinker (1987) fanden diese oberflächlichen Verarbeitungsstrategien in Analogie zur direkten Wahrnehmung auch für Logische Bilder, die sie als eine "graph-as-picture-confusion" bezeichnen. Diese Schwierigkeit ist schön in einem Beispiel aus Berg und Philipps' (1994) Untersuchung dokumentiert. Sie stellten fest, dass sich gerade schwächere Schüler bei der Interpretation von Graphen und Diagrammen oft von oberflächlichen und falschen perzeptuellen Hinweisreizen leiten lassen. In einer der Aufgaben waren die Schüler aufgefordert, einen Graphen zu interpretieren mit dem Hinweis darauf, dass der Graph zeigt, wie weit ein Hund von einem Stuhl entfernt ist. Dieser Graph (mit Zeit- und Distanzangaben an den Achsen) bestand aus einer kontinuierlichen Funktionslinie, die vier verschiedene Zustände abbildete (ohne Steigung, positive Steigung, ohne Steigung und negative Steigung), so dass der Graph dem Bild eines Hockers ähnelte. Viele der lernschwächeren Schüler (immerhin schon Sekundarstufe) abstrahierten aus diesem Diagramm jedoch nicht die relevanten Distanzangaben in Abhängigkeit vom zeitlichen Verlauf[18]. Sie gaben hingegen an, dass der Graph zeigen würde, dass der Hund über den Stuhl springen oder um ihn herum laufen würde etc.

Aus den obigen Ausführungen und den Überlegungen von Weidenmann (1994) sollten dann also anspruchsvolle und ansprechende Visualisierungen verbunden mit einem metakognitiven Training bezüglich der korrekten Wertschätzung von Nutzungs- und Konstruktionsaufwand von Bildern eine elaboriertere Beschäftigung mit Bildern fördern.

Zu der Thematik der präattentiven Prozesse bleibt abschließend anzumerken, dass trotz seiner angenommen Automatisierung dieser Prozess nicht unabhängig von kognitiven Faktoren ausgeführt zu werden scheint. So zeigten Hegarty und Just (1989) beispielsweise in Studien zur Blickbewegung, dass auch bereits die erste Orientierung an dem Bild stark vom inhaltlichen Vorwissen des Betrachters abhängt. Erfahrene Betrachter fokussieren eher auf die relevanten und zentralen Elemente als Laien, und ihre Blicksakkaden sind systematischer und effektiver (siehe auch Witruk, 1982).

2.5.2 Lernerspezifische Voraussetzungen

Ein Lerner kann selbstverständlich nur dann von der nützlichen Wirkung externer Repräsentationsformen profitieren, wenn er sie versteht und mit ihnen umzugehen weiß. Dies betrifft die Phase der attentiven Prozesse, in der der Lerner explizit und bewusst die in der Repräsentationsform dargebotene Information extrahiert, integriert und für den Aufbau mentaler Modelle nutzt. Ganz entscheidend ist hier also die Fähigkeit, mit graphischen Repräsentationen effektiv umzugehen, die häufig mit dem Schlagwort "visual literacy" bezeichnet wird.

[18] Die korrekte Lösung würde lauten, dass der Hund zunächst für etwas mehr als zwei Sekunden in einer Distanz von acht Metern zum Stuhl entfernt steht, er sich in den darauffolgenden zwei Sekunden bis zu 23 Meter von dem Stuhl entfernt, dort die nächsten drei Sekunden ausharrt, bis er sich in den nächsten zwei Sekunden bis auf die

2.5.2.1 Visual Literacy

Obwohl die Förderung der Fähigkeit von "visual literacy" besonders in letzter Zeit verstärkt gefordert wird (Schnotz, Piccard & Henninger, 1994; Weidenmann, 1994) ist dieser Begriff nicht erst mit der neueren Forschung zur Bedeutung von multimedialen Lernumgebungen aufgekommen. Bereits vor mehr als 30 Jahren fand in Rochester, USA, die erste "Visual literacy"-Konferenz statt, die zu einer Definition dieses Begriffs von Debes (1969, zitiert nach Petterson, 1994, S. 217) führte. Er verstand "visual literacy" als *"eine Gruppe von Wahrnehmungskompetenzen, die jemand durch Sehen ... entwickeln kann*" und *"die für das menschliche Lernen von grundlegender Bedeutung [sind]"*. Petterson (1994) gibt einen ausführlichen Überblick über Definitionen, die im Laufe der Zeit entwickelt wurden und die Interdisziplinarität dieses Konzepts (u.a. Ästhetik, Erziehung, Gehirnforschung, Journalismus, Kunst, Phototherapie).

Begrenzt man dieses Konzept auf die Fähigkeit visuellen Lernens, dann wird häufig eine Begriffsbestimmung von Lacy (1987) herangezogen, der darunter notwendige Fähigkeiten und Fertigkeiten bezüglich des Verständnisses und der Produktion ikonischer Codes sieht, die ihm helfen, mit anderen Personen zu kommunizieren. Strittig ist die Frage, inwieweit visual literacy erst erlernt oder erworben werden muss. So gehen Cassidy und Knowlton (1983) beispielsweise davon aus, dass sich die Fähigkeit zur Enkodierung und Dekodierung visueller Information durch Reifung entwickelt. Unstrittig ist dagegen, dass bestimmte "Regeln" im Umgang vor allem mit neueren Darstellungsformen am besten systematisch unterrichtet werden sollten. So berichten auch Fry (1981) und Petterson (1994), dass ein Training vor allem im Bereich der Multimediagebiete sehr hilfreich für den Umgang mit diesen Technologien ist.

2.5.2.2 Graph Schemata

Für die Diskussion des Verständnisses Logischer Bilder wird im Zusammenhang mit visual literacy auch das Konzept der Graph Schemata diskutiert, die das Ablesen von semantischer Information aus Graphen und Diagrammen erleichtern sollen (v.a. Pinker, 1990). Es wird davon ausgegangen, dass ein Lerner bei der Betrachtung eines Diagramms bestimmte Schemata aktiviert, die seine Interpretation dieser Visualisierung leiten und ihm helfen, semantische Information aus der graphischen Konfiguration zu lesen. Pinker (1990) unterscheidet zwischen globalen und lokalen Schemata. Dabei beziehen sich globale Graph Schemata auf allgemeinere Kenntnisse, etwa darauf, welche Komponenten in einer Abbildung relevant sind. Dies könnten nach Schnotz (1998)

Distanz von drei Metern dem Stuhl annähert.

beispielsweise die Rechtwinkligkeit eines Koordinatensystems sein. Maichle (1994, S. 210) definiert Graph Schema als eine *"active, interrelated knowledge structure, a network of nodes and relations, embodying knowledge of what graphs are for and how they are interpreted in general. A graph schema translates the information found in the visual description into conceptual information, and directs the search for desired pieces of information "*.

Daneben werden lokale Graph Schemata angenommen, die sich auf spezifische Darstellungsformen beziehen, wie etwa Schemata von Säulendigrammen (Pinker, 1990) oder von Liniendiagrammen (Maichle, 1994). Maichles Befunde (1994) deuten darauf hin, dass Lernende mit höheren Lernvoraussetzungen sowohl über globale als auch über lokale Graph Schemata verfügen und dadurch auch leichter übergreifende Trends erkennen, während Lernende mit geringen Lernvoraussetzungen meist nur über globale Schemata verfügen und nur vereinzelt Schlüsse mithilfe von lokalen Schemata ziehen.

2.5.3 Trainingsansätze zur Förderung darstellungsspezifischen Vorwissens

Die Bedeutung der Fähigkeit, mit visuellen Kommunikationstechniken adäquat umzugehen und die Forderung nach einer institutionalisierten Trainingsmöglichkeit (Hanson, Silver & Strong, 1988) wird zunehmend auch in den Bildungsausschüssen einzelner Länder, wie beispielsweise Schweden, erkannt und in den Curricula entsprechend umgesetzt (Skolvörstyrelsen, 1980, nach Petterson, 1994). Obwohl visual literacy, speziell der Umgang mit Graphen und Koordinatensystemen, als zentraler Faktor für mathematische und naturwissenschaftliche Probleme erkannt wird, zeigen Studien, dass sogar Mathematik- und Naturwissenschaftsstudenten noch Schwierigkeiten haben, sowohl Informationen aus Graphen zu ziehen als auch Daten graphisch darzustellen (z.B. McDermott, Rosenquist & van Zee, 1987; Wainer, 1992).

Bei der Literatur zur Förderung visueller Kompetenzen kann man zwischen Trainings unterscheiden, die allgemeine, visuell graphische Kompetenzen trainieren, und solchen, die speziell den Umgang mit bestimmten Darstellungsformen durch gezielte Hinweise auf ihre optimale Nutzung fokussieren. Die erste Art von Trainings sind im Zuge der visual literacy-Forschung entstanden und tragen unter anderem den Befunden von Hegarty und Just (1989) und Kosslyn, Brunn, Cave und Wallach (1984) Rechnung, die einen großen Einfluss des räumlichen Vorstellungsvermögens auf die Bearbeitung von Bildmaterialen feststellten. Das Trainieren dieser Fähigkeit ist beispielsweise in einem siebenstufigen visual literacy-Training von Hanson und Kollegen (1988) enthalten, das neben der Identifikation und

Anordnung räumlicher Bildelemente auch das Erkennen von gleichen Elementen in unterschiedlichen Kontexten und aus unterschiedlichen Perspektiven sowie die Umwandlung von Elementen durch mentale Rotation übt. Ziel des Trainings ist die Identifikation und Interpretation von Darstellungs- und Steuerungscodes, die vertiefte Beschäftigung mit visuellen Lernmaterialien und das Aufzeigen von Transfermöglichkeiten durch den Einsatz von unterschiedlichen Materialien. Dass ein Training zur Förderung räumlicher Fähigkeiten sich positiv auf das Problemlösen von Aufgaben auswirkt, für die der Umgang mit Graphiken besonders hilfreich ist, konnte auch Catrin Rode (persönliche Kommunikation Februar, 2000) in einer Studie mit Universitätsstudenten zeigen.

Im Gegensatz zu Trainings der visual literacy durch die Förderung von eher allgemeinen visuell räumlichen und wahrnehmungsspezifischen Fähigkeiten (Ragan, 1988) gibt es weniger Untersuchungen zur Förderung des Umgangs mit einzelnen Darstellungsformen. In ihrem Übersichtsartikel über Funktionen und Graphen geben Leinhardt, Zaslavsky und Stein (1990) Hinweise darauf, wie der korrekte Umgang mit Graphen (speziell in Hinblick auf die Darstellung von linearen Funktionen) sukzessive geübt werden kann. Dabei vergleichen sie verschiedene schulische Instruktionsmöglichkeiten wie etwa selbständiges Entdecken von Regeln oder die schrittweise Hinführung zu Graphen über das Erheben von Daten und ihrer Darstellung in Tabellen. Leinhardt und Kollegen (1990) betonen aber auch, dass es kaum vergleichende Studien zu der Effizienz dieser verschiedenen Methoden gibt. Eine Ausnahme bildet die Untersuchung von Mevarech und Kramarski (1997), die die Wirksamkeit einer formalen, schulischen Instruktion zu graphischen Fähigkeiten testeten. Die Autoren fanden, dass trotz intensiven Trainings einige Misskonzepte bei der Graphenkonstruktion robust blieben. In dieser in der siebten Klasse stattfindenden Unterrichtseinheit, die sich an vier Tagen der Woche über drei Wochen erstreckte, wurden sowohl die klassischen Konventionen eines Kartesischen Koordinatensystem gelehrt wie auch das Antragen von Koordinaten und die Interpretation und eigene Konstruktion dieser Graphen. Konkret zeigte sich, dass vereinzelt auftretende Fehler (miscellaneous errors) wie beispielsweise die Nutzung von Pfeilen oder Treppen, um bestimmte kausale Richtungen zu indizieren, durch das Training behoben werden konnten. Es stellte sich jedoch heraus, dass Kinder schon vor dem Graphentraining relativ robuste (und oft auch falsche) Konzepte von der Interpretation und Konstruktion von Graphen hatten, die auch durch ein formales Training nicht aufgehoben werden konnten. Ein bekanntes Beispiel für ein Misskonzept bei der Grapheninterpretation ist der "Ein-Punkt-Graph", bei dem die Schüler beispielsweise nur die Veränderung von einer Variable zeigten. Bei der rein formalen Instruktion zum

Umgang mit Graphen muss also davon ausgegangen werden, dass Kinder in der Sekundarstufe schon Vorstellungen von der Handhabung von Graphen haben, die berücksichtigt und - in einen sinnvollen Kontext eingebettet - verständlich umstrukturiert werden müssen.

Wie oben schon gezeigt, besteht ein Problem der uneffektiven Arbeit mit Visualisierungen in ihrer oft ungenügenden Elaboration, eventuell bedingt durch die Unterschätzung ihrer Schwierigkeiten auf der einen Seite und der Unterschätzung ihrer Nutzungseffizienz auf der anderen Seite. Dies deutet darauf hin, dass metakognitive Strategien im Umgang mit Logischen Bildern hilfreich für deren effiziente Nutzung sind. Ein Beispiel für ein Trainingsprogramm, das auch solche metakognitiven Fähigkeiten während der Auseinandersetzung mit einer Visualisierung trainiert, ist das SLIC - Strategieprogramm (summarize, linke, image, check) von Moore (1991, nach Peeck, 1994). Auch Befunde von Drewniak (1992), die sie in Zusammenhang mit ihrem "Good Picture Processing Model" diskutiert, deuten auf einen signifikanten Einfluss elaborierter metakognitiver Strategien für die effektive Nutzung von Visualisierungen hin.

2.6 Repräsentationsformen im Kindesalter

2.6.1 Abstraktionsgrad von Repräsentationsformen

Die Ausführungen des letzten Unterkapitels verdeutlichen die Bedeutung visuell graphischer Kompetenzen, besonders im Umgang mit Logischen Bildern. Allerdings fällt auf, dass die meisten Instruktionsansätze zum Umgang mit diesen spezifischen Darstellungsformen erst in der Sekundarstufe einsetzen. Untersuchungen zur Effizienz der Repräsentationsformen werden dann auch meist nur mit Erwachsenen durchgeführt. Woran liegt das? Wird Kindern im Grundschulalter nicht zugetraut, mit eher abstrakten Repräsentationsformen wie Linien-, Balken- oder Streudiagrammen umzugehen? Ist der Umgang mit Repräsentationsformen wie Logischen Bildern zu anspruchsvoll für junge Kinder? Ist dann also die positive Wirkung des Graphen nur Erwachsenen (oder Experten) vorbehalten? Oder unterschätzen wir die visuell graphischen Fähigkeiten junger Kinder und versäumen so, bereits in der Grundschule die Vorteile dieser Visualisierungen für verschiedene Formen des Wissenserwerbs zu nutzen?

In der Tat besteht eine weit verbreitete Tendenz, <u>jungen</u> Kindern formell abstrakte Lehrmaterialien vorzuenthalten und sie bevorzugt mit <u>konkreten</u> Lehrmaterialien zu konfrontieren - und zwar möglichst mit physikalisch manipulierbaren Objekten (engl. manipulatives). Die Verwendung konkret manipulierbarer Materialien hat eine lange Tradition. Ausgehend von Pestalozzi im 19. Jahrhundert wurde die Beschäftigung mit konkreten und bildlichen Repräsentationen auch im 20. Jahrhundert in den Curricula periodisch immer wieder hervorgehoben, so besonders in den 30er und 60er Jahren. Besonders für die Vermittlung naturwissenschaftlicher Inhalte werden auch heute noch diese Materialien favorisiert. Dabei geht man von der Annahme aus, dass der Umgang mit konkreten Objekten Kindern hilft, eine Beziehung zwischen mathematischen Konzepten und ihrem Alltagsverständnis herzustellen (z.B. Dienes, 1963; Freudenthal, 1983).

Der Vorschlag, junge Kinder mit möglichst konkreten, manipulier- und erfahrbaren Lehrmaterialien zu konfrontieren, wird häufig aus der Rezeption der Werke Piagets (z.B. 1970) und Bruners (1966) abgeleitet. Besonders aus Piagets Stufentheorie der kognitiven Entwicklung wird häufig global der Schluss gezogen, dass das Denken von Kindern im Grundschulalter generell konkret ist und daher durch die Manipulation mit konkreten Objekten am besten gefördert werden kann, während mentale Operationen mit abstrakten Symbolen (also auch der Umgang mit Graphen) für Kinder dieses Alters schwierig auszuführen sind.

Auch aus Bruners frühen Ausführungen wird häufig geschlossen, dass das Denken von Grundschulkindern bevorzugt durch aktiv manipulierbare, konkrete Eigenschaften gefördert werden kann (Bruner, Olver & Greenfield, 1966). Gerade die Nutzung mehrerer konkreter Objekte sollte Kindern helfen, "hinter" den oberflächlich wahrnehmbaren Eigenschaften die abstrakte Struktur eines Unterrichtsgegenstandes zu entdecken. In seinen frühen, intensiv rezipierten Werken nahm Bruner eine Entwicklungssequenz von enaktiven über ikonischen zu symbolischen Handlungen an, derzufolge das Verständnis von symbolischen Handlungen (wie dem Umgang mit einem konventionellen Graphen) bei jungen Kindern als wenig wahrscheinlich anzusehen wäre.

Globale Schlussfolgerungen aus den Theorien Piagets und Bruners über Defizite im Grundschulalter und Probleme mit abstrakten Repräsentationen müssen jedoch kritisch betrachtet werden. So nahm beispielsweise noch Piaget selber eine partielle Revision seiner starken Aussagen zu der stufenförmigen kognitiven Entwicklung vor - und zwar in dem Sinne, dass er Annahmen bereichsspezifischer "Verschiebungen" (horizontal decalage) in der geistigen Entwicklung zuließ. Es ist inzwischen Lehrbuchwissen (Siegler, 1986; Sodian, 1995), dass sich Kinder abhängig vom Inhaltsgebiet auch nach Piagets Stufentheorie in unterschiedlichen Bereichen der kognitiven Entwicklung befinden können. Aus Piagets Theorie lässt sich also nicht zwangsläufig ableiten, dass Kinder erst ab einer bestimmten Altersgrenze formale Operationen – und damit den Umgang mit Graphen - durchführen sollten. Auch Bruner (1996) selbst hat seine Annahmen bezüglich der idealen

Reihenfolge der Präsentation von Repräsentationsformen zurückgezogen. Er geht zwar weiterhin von einer Einteilung der Repräsentationsarten in enaktive, ikonische und symbolische Formen aus, vertritt allerdings nicht mehr die Annahme, wonach diese Formen in der Entwicklung zwingend in dieser Reihenfolge von konkret zu abstrakt angeboten werden sollten.

Es kann also – basierend auf den Theorien von Piaget und Bruner – nicht schlüssig davon ausgegangen werden, dass Grundschulkinder nur mit konkret manipulierbaren und noch nicht mit abstrakteren Formen konfrontiert werden sollten. Im Gegenteil, trotz der Propagierung von konkreten Materialien zeigten Metaanalysen keine klaren, konsistenten Vorteile für sie. Bei der Auswertung von 60 Studien, die die Effizienz von konkretem und abstraktem Lehrmaterial[19] für die Mathematikleistung verglich, konnte Sowell (1989) keine klaren Vorteile der konkreten Lehrmethode finden. Sie konnte nur dann signifikant bessere Leistungen bei konkreten Trainingsbedingungen gegenüber abstrakteren Trainingsbedingungen feststellen, wenn die Instruktion mit diesen Materialien ein Schuljahr oder länger dauerte.

2.6.2 Bedingungen für den erfolgreichen Umgang mit Repräsentationsformen

Auch für den hilfreichen Umgang mit konkreten, scheinbar so leichten Repräsentationsformen ist häufig intensives Üben ihrer Anwendungsweise notwendig. So zeigten sich bei Viert- bis Sechstklässlern in der Studie von Wearne und Hiebert (1988) beispielsweise erst nach einer zweiwöchigen Instruktionssequenz Vorteile aus ihrem Umgang mit Dienes Blöcken für ihre Leistung bei Additions- und Subtraktionsproblemen mit mehrstelligen Zahlen. Bevor die Schüler im Unterricht Gelegenheit hatten, die entsprechende Repräsentationsform kennen zu lernen, konnten sie jedoch aus dem Umgang mit ihr kaum spontan Nutzen für ihre Mathematikleistung ziehen. Auch die oben berichteten Ergebnisse der Metaanalyse von Sowell (1989) deutet darauf hin, dass der Umgang mit konkretem Material erst nach einer gewissen Gewöhnung tatsächlich erfolgreich ist.

Beeindruckend ist auch ein Beispiel aus der Studie von Hughes (1986), der fünf- bis siebenjährige Kinder aufforderte, mit Spielsteinen leichte Additionsaufgaben (z.B. 1 + 7) zu lösen. Viele Kinder nahmen die Aufforderung zu wörtlich und formten mit den Spielsteinen piktoriell die Zahlen 1 und 7, statt einfach die entsprechende Anzahl der Steine zusammenzulegen. Es zeigt sich also, dass eine wichtige Voraussetzung für eine effektive Nutzung von Repräsentationsformen als Lehrmaterialien

[19] Konkrete Lehrmaterialien waren als Material, mit dem die Schüler direkt umgehen konnten, z.B. Cuisinaire-Stäbe, definiert; abstrakte Lehrmaterialien erforderten Papier-und-Bleistiftarbeit oder bezogen sich auf Frontalunterricht in der Klasse.

das Verständnis ihrer Funktionsweise ist - auch wenn es sich um scheinbar leicht verständliche, konkrete Materialien handelt.

Aber selbst wenn Kinder korrekt mit einer konkreten Repräsentationsform umzugehen wissen, ist eine effektive Wirkung auf die Mathematikleistung noch nicht garantiert. Nur wenn dem Schüler oder der Schülerin auch der Zusammenhang zwischen den Merkmalen und Strukturen der Repräsentationsform mit denjenigen der mathematischen Problemsituation klar ist, kann der korrekte Umgang mit der Repräsentationsform auch einen positiven Effekt auf die Entwicklung eines mathematischen Konzeptes haben. So berichten Resnick und Omanson (1987), dass Drittklässler, die mit Dienes Blöcken anspruchsvolle mehrziffrige Additionen und Subtraktionen (z.B. 103 + 52) repräsentieren und durchführen konnten, diese Kompetenz nicht automatisch auf formal mathematisch ausgedrückte Probleme übertragen konnten. Oft hatten diese Schüler mit wesentlich einfacheren Aufgaben (z.B. 12 + 14) Probleme, wenn sie in eben dieser formal mathematischen Schreibweise repräsentiert wurden. Auch Balls (1992) Befunde mit Drittklässlern bestätigen diese Ergebnisse.

Es bleibt festzuhalten, dass auch dann wenn Kinder durch den Umgang mit einer Repräsentationsform wie den Dienes Blöcken profitieren, indem sie mathematische Lösungen daran generieren können, dies nicht automatisch ihre Lösungskompetenz bei schriftlich mathematischen Repräsentationen beeinflusst. Nur, wenn die jeweilige Repräsentationsform auch als Symbol oder Repräsentant für die jeweilige Problemsituation ernst genommen wird, kann man jedoch von einem weitergehenden Nutzen sprechen. Dies hat natürlich auch Auswirkungen auf die Art der Messung der Effekte von Repräsentationsformen. Nur wenn Kinder nach einem Training mit der Repräsentationsform auch ohne diese zu weiterführenden mathematischen Einsichten gelangen, kann man davon ausgehen, dass der Umgang mit der Repräsentationsform ein integriertes mathematisches Verständnis gefördert hat.

2.6.3 Das Verständnis komplexerer Repräsentationsformen

So wenig man sich also auf eine Annahme verlassen könnte, dass Grundschulkinder automatisch korrekt und effektiv mit konkreten, physikalisch manipulierbaren Materialien umgehen können, so wenig trifft auch die gegenteilige Annahme zu, dass sich Kinder in diesem Alter generell noch nicht effektiv mit abstrakteren Formen wie Logischen Bildern auseinandersetzen könnten. Im Gegenteil, die Studie von Mevarech und Kramarsky (1997, siehe Kapitel 2.5.3) verdeutlicht, dass sich auch junge Kinder noch vor dem Einsetzen systematischer Instruktion in der Sekundarstufe bestimmte Vorstellungen zur Visualisierung komplexer zweidimensionaler Zusammenhänge machen. Da diese Vorstellungen unter Umständen auch zu robusten - kulturellen Übereinkünften zuwiderlaufenden - Überzeugungen führen können, ist es für eine optimale Instruktion der visuell graphischen Thematik daher wichtig zu beachten, mit welchen Voraussetzungen und Vorstellungen Kinder der Instruktion der Grapheneinführung begegnen. Darüber hinaus ist es interessant zu erfahren, welche Fertigkeiten der Kinder gegebenenfalls auch schon früher (in der Grundschule) für eine entsprechende Vermittlung des effektiven Umgangs mit Visualisierungen genutzt werden können. Wie entwickelt sich also diese Fähigkeit?

Menschen scheinen eine natürliche Tendenz zu besitzen, Raum und räumliche Konzepte zum Nachdenken über nicht-räumliche Konzepte zu nutzen, wie selbst sprachliche Metaphern belegen (Lakoff & Johnson, 1980). Die natürliche Tendenz, Raum zur Abbildung nicht-räumlicher Konzepte zu verwenden, zeigt sich auch schon bei Kleinkindern. Schon mit 18 Monaten stellen Kinder spontan Kategorien von verschiedenen Gegenständen räumlich dar, indem sie Gegenstände der gleichen Kategorie räumlich nahe zusammen platzieren und Gegenstände unterschiedlicher Kategorien räumlich auseinander (Namy, Smith & Gershkoff-Stowe, 1997). Neben diesen frühen Darstellungen auf Nominalniveau (Abbildung von Kategorien) zeigten Tversky, Kugelmass und Winter (1991), dass auch Sequenzen innerhalb nicht-räumlicher Konzepte (v.a. Zeit, Quantität, Präferenz) schon im Kindergartenalter spontan in räumliche Reihenfolgen übersetzt werden.

Schon die jüngsten Versuchsteilnehmer ihrer Studie, nämlich die Fünf- und Sechsjährigen, konnten verschiedene Ausprägungen eines Konzeptes (für Zeit beispielsweise früh, mittags, abends) mittels einfacher Plättchen spontan symbolisch in einer ordinalen Rangfolge anordnen. Ihre diesbezüglichen Kompetenzen zeigten sich sogar noch deutlicher, wenn sie vier statt nur drei Symbole zur Verfügung hatten, wie ich in einer Replikation mit deutschen Kindergartenkindern feststellen konnte. Diese Fähigkeit, Variablen einer Dimension in einer geordneten Reihenfolge symbolisch zu repräsentieren, ist eine wichtige Voraussetzung für die Abbildung zweier Dimensionen in einem Kartesischen Koordinatensystem und verbessert sich im Laufe der Schulzeit ständig.

Dass jedoch Kinder, auch schon bevor sie in die Grundschule kommen, zumindest einige Informationen aus abstrakten Repräsentationssystemen wie dem Graphen interpretieren können zeigt eine Studie von Blades und Spencer (1989). Sie konnten nachweisen, dass sechsjährige Kinder und sogar schon viele Vierjährige Koordinatenlabels, also Punkte an den zwei Achsen, identifizieren können, um Positionen innerhalb eines Koordinatensystems zu finden. Dies entspricht nach Wainer (1992, siehe Kapitel 1) bereits dem Ablesen erster Ordnung aus einem Graphen.

Gattis (1996) ging sogar noch einen Schritt weiter. Sie vermutet, dass junge Kinder, noch bevor sie in die Schule kommen, sogar spontan die Beziehung zwischen zwei Variablen in einem Graphen interpretieren können[20], indem sie sich konsistent (und korrekt) an der Steigung des Graphen orientieren, und zwar nach folgender Regel: Je steiler der Graph, desto schneller die Wachstumsrate. Gattis (1996) erklärt diesen Befund mit einer spontanen strukturellen Zuordnung konzeptueller Merkmale und Relationen zu räumlichen Merkmalen und Relationen. Diese Fähigkeit wäre allerdings sehr erstaunlich, würde sie doch einen stichhaltigen Hinweis auf unsere Neigung geben, selbst komplexe Interaktionen schon sehr früh spontan räumlich korrekt zu interpretieren. Dass man davon allerdings nicht zwangsläufig ausgehen kann, konnte ich in einer Studie, die unter Punkt 5.3 näher beschrieben ist, demonstrieren (Koerber, 1999). Die jungen Kinder scheinen sich bei ihrer spontanen Interpretation von Graphen vor allem an der Salienz oberflächlicher Merkmale zu orientieren. Dabei kann es sich um das relevante Merkmal der Steigung handeln, aber auch um irrelevante Merkmale wie die Länge der Linien.

Zusammengenommen sollen diese Befunde deutlich machen, dass die Tendenz junger Kinder, den Raum und räumliche Relationen zu nutzen, um Schlussfolgerungen über nicht-räumliche Konzepte zu ziehen, schon früh vorhanden ist. Auch wenn man nicht davon ausgehen kann, dass schon vor Beginn der schulischen Instruktion die Fähigkeit, mit komplexen zweidimensionalen Koordinatensystemen umzugehen, vollständig ausgebildet ist, machen die oben genannten Ausführungen doch deutlich, dass die Frage nach dem Abstraktheitsgrad einer Repräsentationsform nicht in jedem Fall nach alterspezifischen Gesichtspunkten behandelt werden sollte. Unabhängig davon, wie abstrakt oder konkret eine Repräsentationsform ist, kann sie nur dann nützlich für ein konzeptuelles Verständnis sein, wenn ihre Funktion verstanden wird und sie im Bezug zu dem aktuellen Aufgabenkontext gesehen wird.

2.7 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

Ziel dieses Kapitels war es, in einem umfassenden Überblick die intensive Forschung zu Wirkung, Voraussetzung und Förderung des effektiven Umgangs mit Repräsentationsformen für den Wissenserwerb zu diskutieren. Es wurden zwei theoretische Ansätze vorgestellt, die, beide unter der

[20] Dies bedeutet nach Wainer (1992, siehe Kapitel 1) immerhin ein Ablesen dritter Ordnung.

Perspektive des Informationsverarbeitungsparadigmas, den Wirkmechanismus externer Repräsentationsformen für die Informationsgewinnung analysieren. Die zwei beschriebenen Ansätze erklären die Bedeutung von Visualisierungen zum einen mit ihrer lokalen Abbildungsstruktur und dadurch mit Vorteilen bei der internen Suche und Verarbeitung von Informationen (Larkin & Simon, 1987). Dies wurde vor allem bei der Wirkung von Diagrammen für komplexe Problemlöseprozesse untersucht. Zum anderen erklären sie die Bedeutung von Visualisierungen für den Wissenserwerb mit der Äquivalenz des Abbildungsprozesses von Bild und mentalem Modell (Schnotz, 1994).

Auffällig ist, dass in beiden theoretischen Ansätzen die Funktion von Repräsentationsformen eher als eine Hilfsfunktion betrachtet wird. In dem Ansatz von Larkin und Simon (1987) wird der Einfluss externer Visualisierungen zwar gesondert von textlich repräsentierten Versionen untersucht, jedoch wird bei dieser Studie von optimalen lernerspezifischen Voraussetzungen ausgegangen. Es wird vorausgesetzt, dass der Schüler bereits vorhandene Wissensstrukturen flexibel aktivieren und auf das spezielle Problem anwenden kann. Die diagrammatische Repräsentation übernimmt hier eher die Funktion einer Rechenhilfe, einer Visualisierung eben, um schneller und bequemer zu einer (auch anderweitig erreichbaren) Antwort zu gelangen. Größeren Einfluss wird externen Visualisierungen schon beim Aufbau neuer Wissensstrukturen zugesprochen, wie ihn Schnotz (1994) untersucht. Allerdings muss hier darauf aufmerksam gemacht werden, dass auch in dieser Art von Untersuchungen Visualisierungen nur eine unterstützende Rolle zugeschrieben wird, da sie meist lediglich als zusätzliches Medium neben einer textlichen Repräsentation der Aufgabe präsentiert wurden. Auch in den unter Punkt 2.4 berichteten Studien fällt auf, dass die Wirkung von Visualisierungen auf die Informationsgewinnung meist in Verbund mit einem erklärendem Text untersucht wurde. Tatsächlich bewegt sich der Großteil der Forschung zur Effizienz von Visualisierungen in diesem Zusammenhang.

Betrachtet man die Bedeutung, die visuellen Repräsentationen, besonders Logischen Bildern, zugesprochen wird (Kapitel 1), und die Funktion, die Visualisierungen in den obigen Untersuchungen haben, dann drängt sich die Frage auf, ob externe Repräsentationsformen in dem Potential, das sie für die Wissensentwicklung haben können nicht unterschätzt werden. Konkret stellt sich hier die Frage, ob in dem erfolgreichen Umgang mit externen Repräsentationsformen nicht ein Potential für "höherwertige" kognitive Prozesse liegt, beispielsweise für den Umgang mit Misskonzepten. Der erfolgreiche Umgang mit Misskonzepten, anhand derer sich Kinder naturwissenschaftliche und mathematische Phänomene im Alltag selbständig erklären, ist ein wichtiger Bestandteil erfolgreicher

Informationsgewinnung neben dem Problemlösen in bekannten Domänen und dem Erwerb neuer Wissensstrukturen.

In den genannten Studien wird diese potentielle Funktion externer Repräsentationsformen nicht erwähnt. Interessant sind jedoch die Überlegungen zu Interferenzprozessen in Kapitel 2.4. So wird diskutiert, dass "schlechte" (nicht aufgaben- oder personenadäquate) Diagramme mit "guten", schon anderweitig konstruierten, mentalen Modellen interferieren können. Der Schluss, der daraus gezogen wurde, betrifft lediglich die adäquate Konstruktion externer Repräsentationsformen und die optimale Passung zwischen Repräsentationsform und lernerspezifischen Merkmalen. Es sei daher wichtig, Lernern keine Visualisierungen zu präsentieren, die nicht zum Aufbau eines elaborierteren mentalen Modells beitragen, und durch den Vergleich mit dem eigenen mentalen Modell lediglich eine kognitive Belastung darstellen. Aus den oben genannten Befunden ergibt sich jedoch auch die Möglichkeit, einen Umkehrschluss zu formulieren. Man könnte sich fragen, ob nicht der Umgang mit "guten" Diagrammen auch mit "schlechten" mentalen Modelle, d.h. mit bestehenden Misskonzepten, interferieren und diese so letztendlich durch korrekte Modelle "ersetzen" könnte. Es ergäbe sich hier die Chance, eine Repräsentationsform als Werkzeug für die Überwindung von Misskonzepten zu nutzen. Die Frage lautet also: Ist die Funktion externer Repräsentationsformen tatsächlich auf eine ergänzende Rolle bei der Informationsvermittlung beschränkt, so wie sie in den vorgestellten Studien als Hilfe zur textlichen Übermittlung oder als Werkzeug zum Problemlösen genutzt wird? Oder kann der Umgang mit externen Repräsentationsformen nicht auch für höherwertige Funktionen genutzt werden, nämlich als Werkzeug (tool) für die Überwindung eines Misskonzeptes und den Aufbau korrekter Konzepte? Diese Überlegungen, nämlich die Frage nach dem Einfluss externer Repräsentationsformen für den Konzeptwechsel, sollen im folgenden Kapitel im Mittelpunkt stehen. Dafür bieten sich Annahmen aus einer anderen theoretischen Perspektive an, bei der die Interaktion mit dem Kontext und so auch mit externen Repräsentationsform mehr im Vordergrund steht.

3. Repräsentationsformen als Werkzeug für Konzeptwechsel

3.1 Die Situierte Kognition als Rahmentheorie

Die Diskussion in Kapitel 2 machte deutlich, dass die Bedeutung externer Repräsentationsformen in vielen Untersuchungen unterschätzt wird. So wurde beispielsweise kaum die Funktion diskutiert, die Visualisierungen für die anspruchsvolle Aufgabe der Konzeptänderung übernehmen könnten. Dies führte zu Überlegungen, eine theoretische Sichtweise zu diskutieren, die externen Repräsentationen einen anderen Stellenwert zuschreibt, indem sie die Beziehung zwischen Kontext und Individuum in einem neuen Licht sieht.

Im Gegensatz zu den Annahmen aus dem Informationsverarbeitungsparadigma, in dem versucht wird, Kognition und kognitive Aktivitäten von den äußeren Einflüssen isoliert zu simulieren, hat sich in den letzten fünf bis zehn Jahren eine Forschungsrichtung etabliert, die die Bedeutung von situativen Aspekten für den Wissenserwerb stärker in das Zentrum der Aufmerksamkeit rückt, die Situierte Kognition. Zentraler Punkt in diesem Ansatz ist die Annahme, dass menschliches Wissen und Denken untrennbar mit Situationen und Strukturen des Kontextes verbunden sind, die das Individuum umgeben und menschliches Verhalten regulieren und beschränken. Trotz bzw. gerade wegen der angenommenen Kontextualisierung von Wissen konnte dieser Ansatz vor allen Dingen in der Debatte um die Förderung des Transfers von Wissen überzeugen (siehe Detterman & Sternberg, 1993; Stern, 1998).

Die Ansätze der Situierten Kognition stellen keine einheitliche Theorie dar. Wissenschaftler, die mit diesem Ansatz arbeiten, kommen aus so unterschiedlichen Feldern wie zum Beispiel der Kognitiven Psychologie (James Greeno und Lauren Resnick), der Anthropologie (Jean Lave), der Entwicklungspsychologie (Barbara Rogoff) oder der Künstlichen Intelligenz (William Clancey). Die Vertreter dieser Richtung unterscheiden sich in ihrem Fokus je nach Disziplin und philosophischer Orientierung - was auch ihre Interpretation von Konzepten wie Wissen und Transfer beeinflusst. Dies reicht von Positionen wie der von Clancey und Lave, die den Begriff "Transfer" als nicht verwendbar ansehen (da Wissen nur in der Interaktion mit dem Kontext besteht) bis zu der Sichtweise von Transfer als einer durch die Situation unterstützbare Handlung (z.B. Greeno und Resnick). Allen Vertretern der Situierten Kognition ist jedoch ihr philosophischer Standpunkt gemeinsam, dass Kognition und kultureller bzw. situativer Kontext untrennbar miteinander verbunden sind.

Aufbauend auf Annahmen etablierter theoretischer Ansätze wie der ökologischen Perspektive von James Gibson (z.B. 1979) oder dem Konzept der Mediation von Lev Vygotsky (z.B. 1981) stellen Vertreter der Situierten Kognition (z.B. James Greeno) die aktive Rolle der Umwelt in den Vordergrund. Dies hat natürlich auch Einfluss auf die Bedeutung, die externen Repräsentationsformen für die Wissensentwicklung zugeschrieben werden kann. Diese Bedeutung soll im Folgenden auf Basis der theoretischen Ansätze der Situierten Kognition, besonders dem von Greeno (z.B. Greeno, Smith & Moore, 1993), sowie im Rückgriff auf die Gedanken von Gibson und Vygotsky diskutiert werden. Dafür möchte ich zunächst auf zwei zentrale Begriffe aufmerksam machen. Es handelt sich dabei um den Begriff der "Affordances", also der Handlungsangebote, die eine Umwelt für einen Agenten bereithält, und den Begriff des "Werkzeugs". In einem anschließenden Punkt stelle ich Annahmen zum Konzeptwechsel vor und diskutiere, wie externe Repräsentationsformen mit ihren spezifischen Eigenschaften als Werkzeuge für Konzeptwechsel fungieren können. Danach sollen Voraussetzungen und fördernde Umstände für diese Aufgabe erläutert werden.

3.1.1 *Affordances* von Repräsentationsformen

Das Konzept der "Affordances", das in der Situierten Kognition, besonders in dem Ansatz von James Greeno, eine zentrale Rolle einnimmt, geht auf die ökologische Perspektive von James Gibson (z.B. 1979) zurück. Gibson entwickelte eine Sichtweise von Kognition und Lernen, deren zentrale Idee die <u>Einheit</u> von Organismus und Umgebung ist. Kontext ist nicht nur ein die Kognition beeinflussender Faktor, sondern einer ihrer zentralen Bestandteile. Um die Einheit von Kognition und Kontext, ihre Komplementarität, näher zu erklären, entwickelte Gibson den Begriff der "<u>Affordances</u>"[21], den man mit Angebot, konkreter mit Handlungsangebot oder eine-Handlung-gewährend, übersetzen könnte. Mit Affordance bezeichnet Gibson also ein Angebot einer Umwelt für ein Individuum, mit dem gleichzeitig Aufforderungen zu Handlungen gegeben werden. Mensch und Umwelt bilden ein Ganzes, in dem die Aktivitäten des Menschen und die Angebote (Affordances) der Umwelt ineinander greifen.

Im Gegensatz zu dem Begriff des "Aufforderungscharakters" oder der "Valenz" eines Objektes, den die Gestaltpsychologen prägten (z.B. Koffka, 1935), drückt Gibson mit seinem Konzept der Affordances ein <u>stabiles</u> Angebot der Umwelt aus, das sich nicht mit der Erfüllung des Bedürfnisses

[21] Dieses englische Substantiv ist eine eigene Wortschöpfung Gibsons (1979). Da eine deutsche Übersetzung diesem Konzept nicht gerecht werden könnte, soll es nach obiger Erläuterung in dieser Arbeit unübersetzt verwendet werden.

des Individuums oder seiner Wahrnehmung ändert. Während ein Briefkasten beispielsweise nur dann für eine Person Aufforderungscharakter hat, wenn sie einen Brief versenden möchte, und die Valenz dieses Objektes für die Person nicht mehr besteht, wenn dieses Bedürfnis befriedigt ist, bleibt die Affordance bestehen. *"The observer may or may not perceive or attend to the affordance, according to his needs, but the affordance, being invariant, is always there to be perceived."* (Gibson, 1979, S. 139). Für die Diskussion um den Einfluss externer Repräsentationen auf die kognitive Entwicklung ist dieses Faktum wichtig, weil es dem Kontext - unabhängig von der Präsenz oder Abwesenheit von Bedürfnissen oder Wahrnehmungen des Individuums - eigenständige Bedeutung einräumt**.** Es ist also vorstellbar, dass eine Person, die eine Anforderungssituation nach didaktischen Kriterien nicht korrekt auffasst (Misskonzept) und die daher zunächst kein zu den speziellen Affordances passendes Bedürfnis hat, durch den aktiven Umgang mit der Repräsentationsform diese Affordances graduell wahrnimmt.

Besonders wichtig im Zusammenhang mit dem Konzept der Affordances ist deren Funktionalität und die Aktivität des Individuums. Für Gibson (1979) werden Gegenstände und Materialien der Umwelt nicht als Objekte an sich, sondern in ihren <u>Funktionen</u> wahrgenommen. Ein Stuhl wird als "sit-on-able", d.h. "darauf sitzbar" wahrgenommen. Ein kartesisches Koordinatensystem könnte als Möglichkeit zur Darstellung für die Beziehung zwischen zwei Größen wahrgenommen werden. Mit diesem Hintergrund übernehmen Greeno und Kollegen (1993) das Konzept Affordance, indem sie die Aufmerksamkeit auf die Funktionalität der Dinge der Umwelt lenken, nämlich auf das, was sie in der Interaktion mit dem Menschen leisten (siehe die Übersetzung von Stern, 1998 "funktionale Handlungsmöglichkeiten"). Affordances beziehen sich also nach Greeno auf *"die Unterstützung von bestimmten <u>Aktivitäten</u> durch relevante Eigenschaften der Dinge und Materialien in der Situation"* (Greeno et al., 1993, S. 102, Übersetzung der Verfasserin).

Vor diesem Hintergrund der Bedeutung der Affordances wird die Rolle des Lernenden im Ansatz der Situierten Kognition deutlich. Während der Lernende im Informationsverarbeitungsparadigma als Verarbeiter von Information, als "Prozessor", gesehen wird, wird er innerhalb des Ansatzes der Situierten Kognition als Handelnder, als "Agent" konzeptualisiert. Er ist Handelnder, jedoch immer in Beziehung zu seiner Umwelt, die durch ihre Affordances sein Verhalten reguliert und beschränkt. Eine Aktivität in einer Situation hängt also nicht nur von dem Lernenden und seiner Fähigkeit zur Ausführung der Handlung ab, sondern in gleichem Maße von den Affordances der Dinge und Materialien und davon, ob der Lernende diese Affordances wahrnimmt. *"An affordance is neither* *an objective property nor a subjective property ... It is equally a fact of the environment and a fact of behavior. ... It points to both ways, to the environment and to the observer"* (Gibson, 1979, S. 129).

Mit der Auffassung, dass Wissen keine im Individuum verankerte Entität, sondern kontextgebundenes Werkzeug und für eine Situation adäquate Handlungskompetenz ist, kommt dem Konzept der Affordances große Bedeutung zu. Die Wahrnehmung von Affordances der speziellen Umwelt sind deshalb zentral für den Wissensaufbau, da sie wissensgenerierende Handlungen erst ermöglichen. Externe Repräsentationsformen können dann danach beurteilt werden, inwieweit sie die Wahrnehmung für Affordances von bestimmten Handlungen in einer bestimmten Situation ermöglichen.

3.1.2 Repräsentationsformen als Werkzeuge - Tools

Die Bedeutung des Kontextes für den Wissenserwerb und die Verbundenheit von Kontext und Kognition wird auch durch Gibsons Charakterisierung von Werkzeugen deutlich. Nach Gibson sind Werkzeuge oder Tools Objekte, die die Grenzen zwischen Körper und Umwelt ändern können. *"When in use, a tool is a sort of extension of the hand, almost an attachment to it or a part of the user's own body, and thus is no longer a part of the environment of the user. But when not in use, the tool is simply a detached object of the environment, graspable and portable, to be sure, but nevertheless external to the observer ... this capacity to attach something to the body suggests that the boundary between the animal and the environment is not fixed at the surface of the skin but can shift."* (Gibson, 1979, S. 41). Werkzeuge liegen also nach Gibson an der Grenze zwischen Kontext und Organismus und können diese je nach Gebrauch in beide Richtungen verschieben. Interessant ist, dass, aufbauend auf dieser Sichtweise Gibsons, unter Werkzeugen nicht nur greifbare Objekte verstanden werden, die der Manipulation der Umwelt dienen, sondern auch Symbolsysteme wie Sprache, Bilder oder andere externe Repräsentationsformen.

Diese Unterscheidung zwischen konventionellen Werkzeugen und Symbolsystemen in der Verwendung von Werkzeugen ist auch zentraler Bestandteil von Vygotskys (1960, 1981) Theorie. Er unterscheidet zwischen technischen (konventionellen) und psychologischen Werkzeugen. Parallel zu der Funktion technischer Werkzeuge entwickelte Vygotsky (1960, 1981) den Begriff der psychologischen Werkzeuge, zu denen er Zeichensysteme wie die Sprache, aber auch Formeln oder

Diagramme sowie Schreibsysteme (Computer oder die Schreibmaschine) zählt. Technischen und psychologischen Werkzeugen gemeinsam ist ihre vermittelnde Funktion zwischen Mensch und Umwelt. Zentraler Unterschied ist jedoch die Richtung der Wirkung. Während technische Werkzeuge wie beispielsweise ein Hammer auf die Veränderung der Umwelt zielen, orientiert sich die Wirkung psychologischer Werkzeuge (tools) nach innen, auf die Veränderung von Denkprozessen und die Kontrolle und Organisation von Verhalten. Es ist hervorzuheben, dass die Bedeutung psychologischer Werkzeuge in Vygotskys Ansatz darin liegt, dass sie mentale Operationen nicht nur erleichtern, beispielsweise als Gedächtnisstütze, sondern dass sie diese Prozesse qualitativ verändern, ja bestimmen. *"Der Mensch bestimmt sich selbst von außen – durch psychologische Werkzeuge."* (Vygtosky, 1981, S. 141).

Die oben genannten Thesen sollen anhand eines Beispiels verdeutlicht werden (siehe auch Miller, 1993). In den letzten Jahrzehnten nahm der Computer für den Schreibprozess eine immer zentralere Stellung ein. Das Schreiben mit einem Computer erfordert andere Anstrengungen, die Beachtung anderer Regeln, als beispielsweise das Schreiben mit dem Füller. Während der Computer eine sofortige Fehlerverbesserung erlaubt, das Umstellen von einzelnen Abschnitten erleichtert und die Möglichkeit bietet, ganze Textpassagen zu kopieren und zu entfernen, verlangt das handschriftliche Schreiben genauere Planung und Überlegung, um mühevolle Verbesserungen und Umstellungen zu vermeiden. Der optimale und effektive Umgang mit dem "Tool" Computer erfordert also andere Aktivitäten, auch andere kognitive Aktivitäten, als der Umgang mit dem Tool "Füller". Durch die leichte Fehlerverbesserungsmöglichkeit mit dem Computer könnte man sich beispielsweise vorstellen, dass so die Kreativität während des Schreibprozesses eher gefördert wird, während für den Schreibprozess mit der Hand analytisch strukturiertes Vorgehen wichtiger sein könnte als bei der Computernutzung.

Symbolsysteme wie die Sprache können noch in anderer Hinsicht als wichtige Tools für die Entwicklung kognitiver Fähigkeiten gesehen werden. Sie dienen auch als Werkzeug zur Konzepterweiterung, indem sie den Anwender von der unmittelbaren Wahrnehmungserfahrung befreien. Nach Vygotsky ist die Sprache das wichtigste psychologische Werkzeug. Mit der Sprache, aber auch mithilfe anderer Symbolsysteme, können unabhängig von tatsächlich, objektiv vorhandenen oder wahrnehmbaren Konzepten neue oder differenziertere Bedeutungen konstruiert werden. Stern, Hardy und Koerber (in Druck) verweisen in dieser Diskussion auf das Beispiel des Präfixes "un". Während in der realen Welt die Endlichkeit von bestimmten Ressourcen oder

Objekten direkt wahrgenommen werden kann, ist durch den bloßen Gebrauch des Präfixes "un" und die damit erworbene Vorstellung der Umkehrung des entsprechenden Begriffs die Bedeutung der Unendlichkeit konstruier- und auch vermittelbar. Man kann sich vorstellen, dass graphisch visuelle Systeme eine ähnliche Funktion erfüllen, beispielsweise indem sie in einem Liniendiagramm den exakten Zusammenhang zwischen Weg und Zeit für das Konzept der Geschwindigkeit begreifbar, visuell nachvollziehbar machen. Repräsentationsformen sind in dieser Sichtweise also nicht nur Werkzeug für die Gestaltung elementarer mentaler Prozesse oder Strukturen, sondern notwendiger Bestandteil höherer geistiger Prozesse (Vygotsky, 1960).

3.1.3 Wissen, Lernen und Transfer aus Sicht der Situierten Kognition

Basierend auf den vorgestellten Thesen der Einheit von Kontext und Kognition kann Wissen also zunächst als die Fähigkeit gesehen werden, mit Dingen oder anderen Menschen in einer Situation zu interagieren (Greeno et al., 1993, S. 100, Übersetzung der Verfasserin). Wissen wird immer relational zwischen der Person und der Situation betrachtet. Im Gegensatz zu Vertretern des Informationsverarbeitungsparadigmas, die Wissen als Eigenschaft des Individuums sehen, vertreten einige Forscher der Theorien der Situierten Kognition (z.B. Clancey, 1993; Lave, 1988) die Ansicht, dass sich Wissen in der aktuellen Handlungssituation jedesmal neu aufbaut. Daher kommt in diesem Ansatz auch Gegenständen des Kontextes eine herausragende Bedeutung für die Wissensgenerierung zu. Um die Aktualität der Wissensgenese zu demonstrieren, wird für die Bezeichnung dieses Phänomens manchmal auch die Verlaufsform "knowing" statt des Substantivs "knowledge" genutzt, das eher Wissen als feste Substanz assoziieren lässt. Lernen oder kognitives Wachstum kann dann als die Verbesserung dieser Fähigkeit gesehen werden, an einer situierten Aktivität teilzunehmen. Da der Gebrauch von Wissen immer in bestimmten Handlungszusammenhängen erfolgt, in denen die Affordances der gegenständlichen (oder sozialen) Umwelt beachtet werden müssen, bedeutet Lernen dann die Zunahme des Erkennens dieser Affordances oder funktionalen Handlungsmöglichkeiten in einer Situation.

So stehen bei der Analyse von Transferproblemen aus Greenos Sicht nicht kognitive Repräsentationen und deren erfolgreiche Übertragung auf eine neue Situation im Mittelpunkt, sondern Wahrnehmungen von Strukturen der physischen Umwelt, die erfolgreiche Aktivitäten in verschiedenen Situationen ermöglichen. In Einklang mit der Annahme, dass Lernen die Wahrnehmung und zunehmende Sensibilisierung gegenüber Möglichkeiten (affordances) und Einschränkungen der Situation für eine Aktivität ist, hängt Transfer von der Wahrnehmung und

Sensibilisierung in Bezug auf die Einschränkungen und Möglichkeiten der neuen Situation ab.

Transfer einer Aktivität von einer Lernsituation auf eine Transfersituation kann nach Greeno und Kollegen (1993) unter anderem durch Invarianz bestimmter Möglichkeiten und Einschränkungen zwischen Lern- und Transfersituation ermöglicht werden, für die der Agent (während der ursprünglichen Lernsituation) sensibilisiert sein muss. Eine Vermittlerrolle bei der Sensibilisierung oder Transformierung der Aktivität können externe Repräsentationen übernehmen, die dem Agent helfen können, seine Aufmerksamkeit auf diejenigen Merkmale der Lernsituation zu richten, die invariant bleiben.

3.1.4 Die Rolle von Repräsentationsformen

Aus dem Ansatz Greenos und den oben gegebenen Ausführungen wird deutlich, dass Repräsentationsformen niemals nur in sich selbst bedeutungsvoll sind. Sie erhalten ihre Bedeutung durch den Wert, den sie mittels soziokultureller Aktivitäten zugeschrieben bekommen haben und die vom Agenten erkannt werden müssen.

Externe Repräsentationsformen wie Formeln, Diagramme oder eine verbale Beschreibung helfen, die Aufmerksamkeit auf diejenigen Merkmale einer Situation zu lenken, von denen bekannt ist, dass sie invariant sind, und die deswegen Transfer (von Aktivitäten) wahrscheinlich machen. Externe Repräsentationen können auch genutzt werden, um unter Berücksichtigung der für das Handlungsziel relevanten Aspekte der externen Umgebung unterschiedliche Handlungsalternativen in hypothetischen Situationen vorwegzunehmen.

Der sinnvolle Umgang mit externen Repräsentationsformen in einer Situation erfordert die Beachtung der ihnen eigenen Möglichkeiten (Affordances) und Einschränkungen. Lernen besteht im Erkennen und Nutzen dieser Angebote. Greeno und Kollegen (1993) machen in diesem Zusammenhang darauf aufmerksam, dass die Nutzung einer Repräsentationsform allein nichts über das Verständnis des zugrundeliegenden Konzeptes aussagt. Mathematische Formeln beispielsweise können als Rezept für Rechenoperationen gelehrt und genutzt werden. Um jedoch die Formel als Werkzeug für das Verständnis der der Formel zugrundeliegenden quantitativen Beziehung zu nutzen, ist es nötig, ein mentales Modell der der Formel zugrundeliegenden Größen zu konstruieren. Wissen um Einschränkungen und Möglichkeiten im Umgang mit Repräsentationsformen ist also nur dann nützlich, wenn die Handlungsmöglichkeiten mit diesen Repräsentationsformen in die Anforderungssituation (z.B. eine Rechenaufgabe) sinnvoll eingebettet ist, d.h. das Verständnis von Größen in der

Repräsentationsform und ihre Beziehung zueinander müssen sinnvoll auf die Elemente der Anforderungssituation übertragen und interpretiert werden können.

3.2 Die Bedeutung von Repräsentationsformen für den Konzeptwechsel

Neben der Entwicklung von Wissen, als "einfache" Informationszunahme oder als dem Lösen von Problemen in einem bekannten Kontext, so wie es in den Beispielen von Kapitel 2 diskutiert wurde, kommt dem sogenannten Konzeptwechsel eine große Bedeutung bei der Wissensentwicklung zu. Konzeptwechsel ist dann erforderlich, wenn Individuen Wissen über einen Sachverhalt erworben haben, das sich in einer späteren Situation als nicht mehr adäquat oder nützlich erweist. Für dieses ursprüngliche Wissen über einen Sachverhalt, das nicht vollständig mit dem (wissenschaftlich) korrekten Wissen übereinstimmt, gibt es verschiedene Bezeichnungen. Sie reichen von relativ neutralen Termini wie Prä-Konzept, naives Wissen oder alternatives Konzept zu Begriffen, die das Inkorrekte an den Vorstellungen hervorheben, wie beispielsweise systematische Fehler oder Misskonzept.

Die unterschiedlichen Konnotationen dieser Begriffe reflektieren auch verschiedene theoretische Auffassungen davon, wie die Veränderung eines Konzeptes in ein sophistizierteres Konzept vor sich geht. Während Vygotsky beispielsweise von zwei Begriffssystemen ausgeht, naiven und wissenschaftlichen Konzepten, die ineinander <u>überführt</u> und kohärent gestaltet werden müssen, gibt es in Anlehnung an die Tradition Piagets in der Instruktionspsychologie auch häufig die Position, dass naive, falsche Konzepte durch korrekte wissenschaftliche Konzepte <u>ersetzt</u> werden müssen.

In dieser Arbeit soll es um ein solches eindeutig falsches Konzept, ein Misskonzept sowie um die Frage gehen, wie externe Repräsentationen helfen können, es zu überwinden. Konkret geht es um die bei Grundschulkindern noch häufig anzutreffende falsche Überzeugung, zueinander proportionale Verhältnisse seien durch gleichmäßiges Addieren statt Multiplizieren beider Komponenten (Divident und Divisor) herzustellen. Im Gegensatz zu vielen naturwissenschaftlichen Konzepten, die mit systematischer Instruktion ausdifferenzierter und sophistizierter werden, handelt es sich bei dem hier behandelten Konzept um die Anwendung einer falschen Strategie, also um ein eindeutig falsches (wenn auch häufig intuitives) Konzept von Proportionalität.

Welche Möglichkeiten gibt es nun, ein existierendes falsches Konzept zu überwinden und durch ein neues Konzept zu ersetzen? Nach Piaget wird Wissen durch Erfahrungen generiert, die in

Zusammenhang mit einem vorhandenen Rahmenwissen interpretiert werden. Da nach Piaget jedes Individuum nach Gleichgewicht (Äquilibration) mit der Umwelt und mit sich selbst (innerhalb der kognitiven Strukturen) strebt, ist es bemüht, neue Erfahrungen in die existierenden kognitiven Strukturen zu inkorporieren (Assimilation). Ist dies nicht möglich, d.h. sind neue Erfahrungen mit den vorhandenen kognitiven Strukturen nicht vereinbar, entsteht Disequilibrium (Ungleichgewicht), das durch Akkommodation, d.h. durch Anpassung neuer kognitiver Strukturen an die neuen Erfahrungen, aufgehoben werden kann. Genau dadurch wird der Aufbau neuer kognitiver Strukturen ermöglicht.
Diese beiden Piagetschen Begriffe der Assimilation und Akkommodation werden auch von Posner und Kollegen in ihrer Theorie des kognitiven Wechsels verwendet[22], wobei sie mit Akkommodation die radikale Form des Konzeptwechsel bezeichnen, bei der der Lerner sein zentrales Konzept aufgeben oder radikal umorganisieren muss. Auf die Frage, wie Fehlkonzepte durch wissenschaftlich korrekte Konzepte ersetzt werden können, haben Posner, Strike, Hewson und Gertzog (1982) in einer vielbeachteten Arbeit vier Voraussetzungen identifiziert: Nach ihren Ausführungen kann der Wechsel von Misskonzepten zu korrekten wissenschaftlichen Konzepten dann leicht erfolgen, wenn der Lernende mit dem bisher verwendeten Konzept unzufrieden ist und ihm gleichzeitig ein alternatives Konzept zur Verfügung steht, das ihm verständlich ist, das er für plausibel hält und das er als fruchtbar erachtet. Dies soll im Folgenden ausgeführt werden.

Voraussetzung für einen radikalen Konzeptwechsel ist nach Posner und Kollegen die <u>Unzufriedenheit</u> mit dem jeweils aktuell operierenden Konzept und somit ein Zustand, in dem in Piagets Terminologie ein Disequilibrium entsteht. Je unzufriedener das Individuum ist, desto eher ist es zu einem radikalen Wechsel seines Konzeptes bereit: *"Scientists and students are unlikely to make major changes in their concepts until they believe that less radical changes will not work. Thus before an accommodation will occur, it is reasonable to suppose that an individual must have collected a store of unresolved puzzles or anomalies and lost faith in the capacity of his current concepts to solve these problems."* (Posner et al., 1982, S. 214). Nach Posner und Kollegen wird dieser Zustand als "Anomalie" erfahren.

Die Annahme der Voraussetzung einer notwendigen Unzufriedenheit mit einem existierenden Konzept für die Generierung neuer kognitiver Strukturen erinnert an Piagets Vorstellungen von der kognitiven Entwicklung. Während Piaget und allgemein die Vertreter des konstruktivistischen

[22] ohne jedoch der Theorie Piagets im Ganzen zu folgen

Ansatzes allerdings generell den Lernprozess fokussieren, behandeln Posner und Kollegen (1982) gezielt die spezifischen Bedingungen, unter denen Konzeptwechsel stattfinden kann.

Da Unzufriedenheit mit einem existierenden Konzept zwar eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für die Konstruktion eines neuen, korrekten Konzeptes ist, muss dem Schüler auch eine Alternative vorliegen, die er versteht. *"The individual must be able to grasp how experience can be structured by a new concept sufficiently to explore the possibilities inherent in it."* (Posner et al., 1982, S. 214). Posner und Kollegen verweisen zu diesem Zweck auf die Effektivität von Analogien und Metaphern.

Neben der Verständlichkeit dieses neuen Konzeptes werden noch Plausibilität und Fruchtbarkeit der Formen genannt. Dabei definieren Posner und Kollegen ein plausibles Konzept als ein Konzept, mit dem der Schüler auch fähig ist, die Erfahrungen zu erklären, die bereits mit dem alten Konzept korrekt erklärbar waren. *"Any new concept adopted must at least appear to have the capacity to solve the problems generated by its predecessors."* (Posner et al., 1982, S. 214). Der Begriff der Fruchtbarkeit bezieht sich darüber hinaus auf die Möglichkeit, mit dem neuen Konzept Erklärungen zu finden und auch auf zukünftige Probleme anwendbar zu sein. Man könnte dies also die Forderung nach der Transfermöglichkeit dieses Konzeptes bezeichnen.

Welche praktischen Implikationen haben nun die Überlegungen von Posner und Kollegen für die Anregung zum Konzeptwechsel. Das Mittel der Wahl scheint in dem Erzeugen eines kognitiven Konfliktes zu liegen, der das nötige Disequilibrium oder die Anomalie und damit Akkommodation veranlasst. Besonders für den hier vorliegenden Fall der falschen additiven Strategie beim Umgang mit Proportionen ist die Erschütterung dieser festen Überzeugung sehr wichtig, während die Verständlichkeit, Plausibilität und Fruchtbarkeit des neuen Konzeptes (Multiplikation) im engeren Sinne kein so großes Problem darstellt, da das mathematische Verständnis hierfür bereits vorhanden ist. Die didaktische Maßnahme zur Herstellung eines kognitiven Konfliktes wurde bereits in den 60er Jahren gefordert (Ausubel, 1968; Berlyne, 1965) und in ihrer Wirksamkeit breit untersucht (Hewson & Hewson, 1984; Johnson & Howe, 1978; Niaz, 1995). Allerdings bleibt diese Methode in der Praxis oft hinter den antizipierten Erfolgen zurück. Ein großes Problem ist die Robustheit der bisherigen genutzten (Miss)Konzepte, die sich in einer Vielzahl von Situationen als brauchbar erwiesen. In dem in dieser Arbeit verwendeten Beispiel des proportionalen Denkens führte beispielsweise im Falle von absoluten Zahlen die Strategie der Addition zur Vermehrung einer Menge zum Erfolg. Daher ist es nur verständlich, dass die Schüler diese Strategie auch dann probieren, wenn sie Verhältnisse vermehren oder vergleichen sollen. Dass die notwendige Erschütterung des Glaubens an ein vorhandenes (falsches) Konzept nicht leicht hervorzurufen ist, führten Chinn und Brewer (1993) aus. Sie konnten zeigen, dass widersprüchliche Daten oft entweder komplett ignoriert, zurückgewiesen, nicht beachtet oder uminterpretiert werden, damit sie in ein bereits bestehendes Konzept passen. Daneben werden oft angebotene Alternativen von den Schülern nicht verstanden, als nicht plausibel oder als nicht hinreichend fruchtbar erachtet.

Wichtig ist also, dass die Methode der kognitiven Dissonanz nur dann greift, wenn die (von den Lehrern oder allgemein der Umgebung) bereitgestellten neuen Erfahrungen von den Schülern auch tatsächlich als zu ihrem aktuellen Referenzrahmen widersprüchlich wahrgenommen werden. Hinzu kommt, dass diese als widersprüchlich wahrgenommenen Erfahrungen auch so stark sein müssen, dass dadurch der Glaube in das existierende Konzept erschüttert wird. Eines der zentralen Probleme scheint also in dem Herstellen einer Problemsituation zu liegen, in dem widersprüchliche Daten zum einen wahrgenommen und dann auch tatsächlich ernst genommen werden, eine Problemsituation also, in der der Lerner von der "Korrektheit" dieser Erfahrung überzeugt wird und die ihm keine Chance lässt, diese Daten zu ignorieren oder geschickt umzuinterpretieren.

Genau hier liegt das Potential externer Repräsentationsformen. Unter der Prämisse, dass sie selber verstanden werden und ihr Bezug zur Problemsituation deutlich ist, können externe Repräsentationen ein Medium bilden, in dem diese neue Erfahrung <u>explizit visualisiert</u> wird und darüber hinaus eine <u>neue</u> Interpretation einer ursprünglich schon verstanden geglaubten Situation ermöglicht, die <u>nicht zurückgewiesen</u> werden kann. Wie kann das geschehen?

Die Generierung neuer Konzepte in einer bestimmten Situation verlangt bestimmte kognitive Aktivitäten. Im Falle des hier behandelten Konzeptes zum proportionalen Denken verlangt die Situation die Wahrnehmung der Beziehung der zwei Dimensionen innerhalb eines Verhältnisses und die Wahrnehmung der *multiplikativen* Beziehung zwischen zwei zueinander proportionalen Verhältnissen. Geeignete externe Repräsentationen wie beispielsweise Kartesische Koordinatensysteme mit dem Graphen einer linearen Funktion haben das Potential, genau diese Strukturen zu explizieren. Die beiden Achsen eines Koordinatensystems bilden die Werte jeder einzelnen Dimension eines Verhältnisses ab, und der Graph der linearen Funktion verdeutlicht dann genau die Beziehung zwischen den beiden Dimensionen, wobei zueinander proportionale Verhältnisse durch den Graphen der gleichen Funktion ausgedrückt werden.

Unter der Prämisse, dass der Lernende die Funktionsweise der Repräsentationsform versteht und akzeptiert, kann der Umgang mit der Repräsentation also zu einer neuen, verfeinerten Wahrnehmung führen. Werden beispielsweise die Werte von zwei Verhältnissen, bei denen der Lernende irrtümlich eine Proportionalität (durch gleichmäßiges Addieren der beiden Einheiten eines Verhältnisses; additives Misskonzept) annimmt, in ein Koordinatensystem eingetragen, so ergibt die Visualisierung der Werte in dem Koordinatensystem zwei Graphen mit unterschiedlicher Steigung. Wiederum vorausgesetzt, dass die Funktionsweise des Graphen verstanden wird, so kann dann diese externe Repräsentation zum einen als das Medium dienen, in dem der <u>kognitive Konflikt wahrgenommen</u> wird *("warum werden zwei doch eigentlich zueinander proportionale Verhältnisse nicht mit dem Graphen der gleichen Steigung repräsentiert?"),* und zum anderen als das Medium, das eine <u>Lösung</u> dieses Konfliktes (Generierung der korrekten Strategie) ermöglicht.

Dabei liegen die Vorteile von externen Repräsentationsformen als Medium zur Wahrnehmung kognitiver Konflikte klar auf der Hand. Im Gegensatz zu Aussagen des Lehrers (oder anderer Instanzen, die auf den kognitiven Konflikt aufmerksam machen) führt die Visualisierung der Daten in einer externen Repräsentation zu einer permanenten Konfrontation mit dem widersprüchlichen Ergebnis. Dadurch können widersprüchliche Daten weniger leicht zurückgewiesen, vergessen oder in der Erinnerung uminterpretiert werden. Daneben erlaubt der Umgang mit externen Repräsentationen nicht nur die Beobachtung, sondern darüber hinaus auch die selbständige Konstruktion, d.h. Darstellung, der entsprechenden Daten. Damit wird die Glaubwürdigkeit der Datenquelle gefördert, was nach Chinn und Brewer (1993) als eine Voraussetzung zur Förderung des Theoriewechsels gilt.

Eine wichtige Vorraussetzung zur <u>Lösung</u> dieses kognitiven Konfliktes liegt in der Permanenz der Situation, wodurch der Lerner die Möglichkeit hat, die Elemente und ihre Relationen zueinander, also die Strukturen der in der Repräsentationsform dargestellten Problemsituation, näher zu explorieren. Das eigentliche Potential zur Konfliktlösung und damit zur Generierung der korrekten Strategie liegt aber in den spezifischen "Affordances" der jeweiligen Repräsentationsform und damit in der Lenkung der Wahrnehmung auf die relevanten Strukturen der in der Repräsentationsform abgebildeten Problemsituation. Basierend auf der Perspektive von Gibson und Greeno kann davon ausgegangen werden, dass jede Repräsentationsform bestimmte Aktivitäten (eingeschlossen kognitive Aktivitäten) "afforded" oder ermöglicht. Ein kartesisches Koordinatensystem, in dem ein 2 : 1 und ein 3 : 2-Verhältnis (durch zwei verschiedene Funktionslinien) abgetragen wurde, ermöglicht über die

Wahrnehmung der kognitiven Dissonanz hinaus auch die Sensibilisierung für Strukturen, die der einen oder anderen Alternative entsprechen.

These ist somit, dass die Möglichkeiten und Einschränkungen der verwendeten Repräsentationsform durch die explizite Visualisierung der strukturellen Eigenschaften der Problemsituation das resultierende quantitative Verständnis beeinflussen. Auf der anderen Seite trägt das Verständnis der Problemsituation und der abgebildeten Quantitäten in der Repräsentationsform wiederum zu einem sophistizierteren und elaborierteren Verständnis der Repräsentationsform selber bei. Die Bedeutungshaftigkeit der Nutzung der Repräsentationsform soll hier also durch ein sich spiralförmig entwickelndes, wechselseitiges Verständnis zwischen der Problemsituation und dem Verständnis der Repräsentationsform gefördert werden (siehe Moore & Schwartz, submitted for publication).

Ausgehend davon, dass der Repräsentationsnutzer damit vertraut ist, dass zueinander proportionale Verhältnisse in dem Koordinatensystem gewöhnlich durch die gleiche Steigung ausgedrückt werden sollten (ein Part des kognitiven Konfliktes), könnte der Lerner mit diesem Wissen dann für Zustände sensibilisiert sein, die diesen Bedingungen entsprechen, und damit ein neues Verhältnis finden (beispielsweise aus den Faktoren 4 : 2, das durch dieselbe Steigung wie das 2 : 1-Verhältnis ausgedrückt wird). Die Fokussierung dieser Elemente in der Repräsentationsform und die Exploration ihrer Beziehung *("in welchem Zusammenhang stehen die Verhältnisse 2 : 1 und 4 : 2; was ist das Gemeinsame an ihnen?")* kann dann den Ausgangspunkt für eine tiefere Reflektion des Problems und die Wahrnehmung des korrekten multiplikativen Zusammenhangs proportionaler Verhältnisse bilden. Allein das Verständnis der Funktionsweise der Repräsentationsform könnte damit also die Aufmerksamkeit auf mögliche Alternative lenken (4 : 2 statt der antizipierten 3 : 2-Mischung) und weiter auf die (multiplikative) Beziehung der zueinander proportionalen Zahlenpaare.

Neben den spezifischen Affordances einer Repräsentationsform, die die für einen Konzeptwechsel gewünschten kognitiven Aktivitäten erlauben, bietet ihr Vorhandensein auch ein Mittel der Kommunikation, mit dem verschiedene Lernende ermutigt werden, ihre Daten zu erklären und den Zusammenhang mit ihrer Strategie zu begründen (siehe beispielsweise Roth, Woszczyna & Smith, 1996, für die kommunikationsfördernde Rolle von Computern im naturwissenschaftlichen Unterricht). Auch dies verhilft zu einer aktiven und elaborierten Auseinandersetzung mit den Daten und mit der jeweiligen Strategie und führt zu einem vertieften Umgang mit der jeweiligen Thematik.

Bis zu diesem Punkt wurde mithilfe von Annahmen aus der Situierten Kognition bereits auf zwei wichtige Möglichkeiten aufmerksam gemacht, wie der aktive Umgang mit Repräsentationsformen den Konzeptwechsel in einer mathematischen Problemsituation begünstigen kann: Externe Repräsentationen können zum einen als Mediator zur Wahrnehmung eines kognitiven Konflikts, und zum anderen als Tool zur Lösung und Generierung einer neuen Strategie dienen. Darüber hinaus zeichnen sich externe Repräsentationsformen jedoch noch durch eine weitere positive Eigenschaft für den Konzeptwechsel aus. Externe Repräsentationen stellen invariante Strukturen über inhaltlich unterschiedliche Situationen dar und erleichtern somit den Transfer von dem in einer Ausgangssituation erworbenen Konzept (hier die multiplikative Strategie im Umgang mit Proportionen) auf neue Problemgebiete. Damit ermutigt die Nutzung externer Repräsentationen über verschiedene Situationen hinweg die Anwendung des (neuen) Konzeptes und bietet ein Forum für seine Fruchtbarkeit (in der Terminologie von Posner und Kollegen, 1982). So sind die strukturellen Eigenschaften eines Graphen geeignet, die Relation zwischen zwei Dimensionen – gleich welchen Inhaltes – aufzuzeigen. Unabhängig davon, ob es sich um Mischungen zweier Substanzen handelt (extensive Größen), die jeweils an den beiden Achsen angetragen werden und deren Konzentration durch den Graph einer Funktion repräsentiert wird oder um intensive Größen wie beispielsweise die mathematisch physikalischen Konzepte der Geschwindigkeit, der Dichte oder des Drucks, deren Kovariation durch den Graphen der linearen Funktion ausgedrückt wird. Besitzt ein Lernender ein grundlegendes quantitatives Verständnis - beispielsweise von der Beziehung zwischen der Menge zweier Flüssigkeiten in einer Saftmischung und der Bedeutung der Steigung des Graphen in dem Koordinatensystem -, so kann der aktive Umgang mit einer Repräsentationsform in einer neuen Problemsituation (beispielsweise Geschwindigkeit oder Dichte) dazu führen, dass dank der Äquivalenz der Abbildung ein Rückschluss auf die Äquivalenz der zugrundeliegenden Struktur gezogen und damit das Verständnis der neuen Problemsituation selber elaboriert wird.

Es soll darauf aufmerksam gemacht werden, dass der Graph als Repräsentationsform in der Schule zwar gewöhnlich erst sehr spät[23], in dieser Studie aber bereits in der Grundschule eingesetzt wird, und zwar so, dass seine Potenz für die Entwicklung des quantitativen Verständnis genutzt werden kann. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die effektive Nutzung dieser kulturell entwickelten Repräsentationsform zunächst das Erlernen seiner Funktionsweise und der auf kultureller Übereinkunft beruhender Interpretationsprinzipien erfordert. Als Grundlage für das Verständnis der Funktionsweise der Repräsentationsform wird daher auf ein schon bestehendes Verständnis von

[23] Je nach Curriculum werden die Graphen erst in der sechsten oder siebten Klasse eingeführt, wenn bereits auf Grundlagen des Verständnisses von Proportionalität aufgebaut werden kann.

einfachen Problemsituationen (Zusammenhänge zwischen einfachen, z.B. 1 : 1 und 2 : 2-Verhältnissen) aufgebaut. Die persönliche Bedeutungshaftigkeit der Abbildungsprinzipien des Graphen wird dann durch eine Instruktionssequenz ermöglicht, in der, aufbauend auf einem einfachen Verständnis der Problemsituation, die Eigenschaften und Affordances der Repräsentationsform selber erfahren und verstanden werden können, was dann wiederum zu einem sophistizierteren Verständnis komplexerer quantitativer Situationen führt. Welche Voraussetzungen für den Umgang mit einer Repräsentationsform gegeben sein müssen, um ihre effektive Nutzung zur Förderung des quantitativen Verständnisses zu erreichen, soll nun im folgenden Abschnitt erläutert werden.

3.3 Voraussetzungen

In dem obigen Abschnitt wurde argumentiert, dass die aktive Nutzung externer Repräsentationen wie z.B. Graphen durch die Lenkung der Wahrnehmung von Möglichkeiten (Affordances) einer Problemsituation bei der Umstrukturierung eines quantitativen Verständnisses (Konzeptwechsel) hilfreich sein kann.

Voraussetzung einer effektiven Nutzung zu diesem Zweck ist jedoch die Wahrnehmung dieser Affordances (Greeno et al., 1993). So kann man sich vorstellen, dass ein Koordinatensystem beispielsweise einen Biologen zu keiner anderen Aktivität als der Visualisierung seiner Messergebnisse "ermutigt", während diese Form einen Viertklässler vielleicht eher zu einem Ausmalen der Koordinatenkästchen auffordert. Neben der Vorerfahrung mit dieser Form spielt jedoch auch die Situation eine Rolle, in der diese Repräsentationsform benutzt wird. Stelle man sich beispielsweise besagten Biologen auf einer Wanderung mit seiner Familie vor, auf der ihn der Wunsch überkommt, Flugzeuge fliegen zu lassen, so kann ein zufällig mitgeführter Bogen mit einem Koordinatensystem in dieser Situation eher zum Basteln eines Papierflugzeuges auffordern als zur Abtragung wissenschaftlicher Daten. Ebenso kann selbstverständlich auch ein Viertklässler wissenschaftliche Daten in einer Repräsentationsform darstellen, wenn ihm diese Repräsentationsform durch ihre Strukturierung und die Leichtigkeit ihrer Interpretation ein entsprechendes Verständnis ermöglicht. So ist vorstellbar, dass dieser Junge die Beziehung zwischen zwei Elementen an einer Balkenwaage, die ihn in ihrer Funktionsweise an eine Wippe erinnert, leichter spontan darstellt als in einem abstrakten Koordinatensystem. Der Nutzen des Umgangs mit einer externen Repräsentationsform für eine spezifische Problemsituation ist also immer abhängig von der Art und der Tiefe des Bedeutungsgehalts, den der Nutzer der Repräsentationsform für die Problemsituation zuspricht.

Basierend auf den obigen Ausführungen und den Überlegungen unter Punkt 2.6.2 lassen sich die Voraussetzungen für eine effektive Nutzung einer Repräsentationsform zur Förderung des quantitativen Verständnisses für den Konzeptwechsel in zwei Bedingungen zusammenfassen: Zum einen müssen die spezifischen, für den Konzeptwechsel geeigneten Affordances auch wahrgenommen werden. Für die Form des Kartesischen Koordinatensystems bedeutet dies beispielsweise die Wahrnehmung oder das Bewusstsein, dass mit dieser Repräsentationsform die Beziehung zwischen zwei Dimensionen dargestellt werden kann. Zentral dafür ist jedoch das Verständnis der Funktionsweise des Repräsentationsinstrumentes, also das spezifische Wissen darum, wie beispielsweise die Beziehung zwischen zwei Dimensionen in einem Koordinatensystem dargestellt und interpretiert werden kann. Die unter Punkt 2.6.2 beschriebenen Studien zeigen, dass der Umgang mit einer Repräsentationsform nur dann die Elaborierung eines quantitativen Verständnisses fördert, wenn die Form selber in sich verständlich und interpretierbar ist. Zum anderen kann sich der Umgang mit deiner Repräsentationsform auf das Verständnis quantitativer Strukturen in einer Problemsituation nur dann positiv auswirken, wenn der Nutzer auch eine bedeutungsvolle Beziehung zwischen den Strukturen / Möglichkeiten der Repräsentationsform und den Strukturen der aktuellen Problemsituation wahrnimmt. Auch dieses Argument wurde bereits unter Punkt 2.6.2 erörtert und auch mit den Annahmen der Situierten Kognition diskutiert (Punkt 3.1.4). Die Studien beispielsweise von Resnick und Omanson (1987) zeigten, dass das Lösen einer mathematischen Aufgabe mithilfe von Dienes Blöcken nicht automatisch auf das quantitative Verständnis übertragen wurde. Wissen über Repräsentationsformen bleibt träge, wenn es nicht in den Problemkontext eingebettet ist. Wie können diese eben genannten Voraussetzungen optimiert werden?

Die erste der oben genannten Bedingungen verlangt die Vertrautheit mit der Repräsentationsform selber. Dies beinhaltet, dass die darin vorkommenden Elemente sowie ihre Beziehung zueinander verstanden werden müssen. Aus dem obigen Beispiel wird klar, dass sich Repräsentationsformen trotz potentiell ähnlicher Affordances in ihrer (intuitiven) Verständlichkeit unterscheiden können. Dieses Verständnis einer Form kann durch häufige Anwendungen oder auch explizite Instruktion gefördert werden. Daneben kann man sich auch vorstellen, dass für unbekannte Repräsentationsformen Assoziationen mit anderen bekannten Formen hilfreich für deren

Interpretierbarkeit sind. So ist beispielsweise davon auszugehen, dass eine Balkenwaage – obwohl einem Grundschüler in ihrer aktuellen Form unbekannt – leicht Assoziationen zu einer Wippe weckt, so dass damit ihre Funktionsweise intuitiv leichter zu interpretieren ist als die Funktionsweise von kulturell entwickelten Formen wie einem Graphen.

Auch die Verwendung konkreter oder abstrakter Symbole kann die intuitive Verständlichkeit einer Repräsentationsform beeinflussen. So ist die Funktionsweise einer Balkenwaage, die sich konkreter Symbole (Gewichte) bedient, auch ohne expliziten Bezug zu einer Referenzsituation in sich sinnvoll. Eine Seite, auf der mehr Gewichte stecken, senkt sich gegenüber der Seite, auf der weniger Gewichte stecken. Auf der anderen Seite verlangen abstrakte Symbole wie Zahlen einen Referenzpunkt, um die Beziehung zwischen ihnen sinnvoll zu interpretieren. Die bloße Manipulation mit Zahlen führt per se nicht notwendigerweise zu einem Verständnis ihrer Abbildungsform.

Die Verwendung abstrakter und konkreter Symbole kann auch für die zweite oben genannte Bedingung, die bedeutungsvolle Beziehung zwischen Repräsentationsform und Problemsituation, wichtig sein, nämlich dann, wenn die konkreten Symbole Eigenschaften aus der Problemsituation besitzen, die oberflächlich perzeptuell auf die Problemsituation verweisen, oder wenn auf andere Art der Bezug zu dem Problemkontext in der Repräsentationsform gefördert wird.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich verschiedene Repräsentationsformen nicht nur in der Art der Affordances unterscheiden können, also in den (kognitiven) Handlungen, die sie ermöglichen oder ermutigen, sondern auch darin, wie leicht bestimmte (evtl. vom Lehrer gewünschte) Affordances (z.B. Beachtung der multiplikativen Struktur einer Problemsituation) wahrgenommen und ausgeführt werden können. Inwieweit sich drei ausgewählte Repräsentationsformen in ihrer Nutzung für die Aufgabe eines Misskonzeptes beim proportionalen Denken unterscheiden, soll in Kapitel 5 dargestellt werden.

3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel sollte deutlich werden, dass Repräsentationsformen als Elemente des Kontextes aus einer anderen Perspektive von Wissen und Lernen, nämlich der der Situierten Kognition, eine weitaus größere Bedeutung zugesprochen wird als unter der Informationsverarbeitungsperspektive. Umwelt und Kognition werden nicht als zwei voneinander verschiedene Entitäten verstanden, die sich gegenseitig beeinflussen, sondern als Einheit, deren Grenzen in die eine oder andere Richtung verschoben werden können. Repräsentationsformen können dabei als besonderes Bindeglied zwischen Umwelt und Organismus gesehen werden. Durch den aktiven Umgang mit ihnen wird der Lernende zu bestimmten, auch kognitiven, Aktivitäten aufgefordert, die sich auf die Bildung seiner kognitiven Struktur auswirken. Damit wird auch die Wahrnehmung der Strukturen der Anforderungssituation beeinflusst, in der der Umgang mit der Repräsentationsform stattfindet.

Diese Sichtweise beeinflusst ebenfalls die Bedeutung, die Repräsentationsformen für den Umgang mit Misskonzepten zugesprochen werden kann. Durch ihre spezifischen Affordances können sie die Aufmerksamkeit des Handelnden auf bestimmte, relevante Strukturen lenken und so als Medium dienen, in dem ein kognitiver Konflikt zwischen der bisherigen falschen Überzeugung (Misskonzept) und einer neuen Wahrnehmung der Problemsituation erlebt werden kann. Unter der Voraussetzung, dass sie selber verstanden werden und in ihrer Problemdarstellung überzeugen, können Repräsentationsformen darüber hinaus als Werkzeug für die Lösung des Konfliktes dienen, indem sie zu bestimmten kognitiven Handlungen auffordern, die eine nähere Elaboration dieses Konflikts erfordern.

Ein wichtiges Inhaltsgebiet, in dem bei Grundschülern häufig Misskonzepte auftreten, dessen Verständnis aber eine wichtige Voraussetzung für die Erarbeitung vieler naturwissenschaftlicher Konzepte in der Sekundarstufe ist, ist das proportionale Denken. Diese Thematik soll die inhaltliche Grundlage für eine Studie zum Einfluss von Repräsentationsformen auf den Umgang mit Misskonzepten sein (siehe Empirischer Teil ab Kapitel 5). Daher soll im folgenden Kapitel zunächst ausführlich auf dieses umfangreiche Inhaltsgebiet eingegangen werden.

4. Proportionales Denken

4.1 Allgemeines

Studien zum Erwerb und zur Entwicklung des Verständnisses von Verhältnissen und Proportionen haben eine lange Tradition (siehe z.B. Winch 1913, für eine allgemeine Zusammenfassung siehe Tourniaire & Pulos, 1985). Dabei begründet sich das besondere Interesse an dieser Thematik aus zwei unterschiedlichen Perspektiven. Zum einen ist es auf eine engere mathematikdidaktische Zielrichtung bezogen (wie wird proportionales Verständnis erworben? In welchen Vorformen existiert es? Welche Techniken gibt es, diese Fähigkeit optimal zu fördern oder zu lehren?). Zum anderen und unabhängig von der praktischen mathematischen Bedeutung dieses Konzeptes wird oder wurde - ausgehend von dem Interesse der Genfer Schule - proportionales Verständnis als globale, inhaltsübergreifende Fähigkeit und als Ausdruck der formal-operatorischen Entwicklungsstufe (Piaget & Inhelder, 1977) gesehen. Aus diesen unterschiedlichen Perspektiven begründet sich auch die fast unüberschaubare Anzahl von Studien, die unterschiedlichen theoretischen Ansätze, die Methodenvielfalt und der Fokus auf unterschiedliche Altersstufen (z.B. Grundschulkinder versus Jugendliche / Erwachsene).

Didaktisch begründet sich das starke Interesse darin, dass die Fähigkeit proportionalen Denkens nicht nur eine wesentliche Rolle für das Verständnis algebraischer Konzepte per se spielt, sondern auch notwendige Grundlage für viele naturwissenschaftliche Konzepte ist, zum Beispiel Geschwindigkeit, Dichte, Druck oder der elektrische Schaltkreis. Alle diese Konzepte haben gemeinsam, dass sie eine Beziehung zwischen zwei Dimensionen ausdrücken und der korrekte Umgang mit ihnen das Wissen um Strategien zum proportionalen Denken erfordert. Aber auch unsere Alltagskompetenz fordert den korrekten Umgang mit Verhältnissen, etwa wenn wir Preisvergleiche anstellen oder die Menge der Zutaten einer Mahlzeit für eine andere als die im Kochrezept angegebene Personenzahl berechnen. Proportionales Denken als wichtiges Merkmal des formal-operatorischen Stadiums gibt darüber hinaus Aufschluss über das Verständnis von Vergleich und Kovariation. Es dient als Indikator für flexibles Denken, das sich nicht (mehr) nur vorhandener (konkret-operatorischer oder sprachlich repräsentierter) Informationen bedient, sondern darüber hinaus die Einbeziehung neuer Information und Schlussfolgerungen ermöglicht. Studien in diesem Bereich haben daher verstärkt die Beziehung zwischen proportionalem Denken und diversen kognitiven Stilen / Variablen untersucht.

4.2 Zum Begriff des proportionalen Denkens

Was ist nun proportionales Denken? Wie wird es mathematisch definiert, und welche Fähigkeiten werden unter diesem Begriff subsumiert? Eng definiert erfordert das Verständnis proportionalen Denkens die Fähigkeit des Vergleichs von zwei Verhältnissen, also beispielsweise von zwei Mischungen, die jeweils wieder aus zwei unterschiedlichen Entitäten – z.B. Orangensaft und Zitronensaft - bestehen. Dabei ist eine Proportion mathematisch als Äquivalenz zwischen zwei Verhältnissen definiert. Zwei Mischungen wären also dann zueinander proportional - würden dann gleich schmecken - wenn eine Mischung beispielsweise aus zwei Gläsern Orangensaft und einem Glas Zitronensaft bestünde und die andere Mischung aus sechs Gläsern Orangensaft und drei Gläsern Zitronensaft.

Proportionales Denken ist also relationales Denken; der Vergleich von Verhältnissen ist der Vergleich von Relationen (jeweils zweier Entitäten) und nicht der Vergleich von absoluten Zahlen. Dies impliziert, dass Prinzipien, die im Umgang mit absoluten Größen gelten, überwunden werden müssen, zum Beispiel additive Strategien zur Vergrößerung einer Menge. Der Vergleich von Verhältnissen erfordert dagegen multiplikative Strategien, zum Beispiel durch skalares oder durch funktionales Vorgehen.

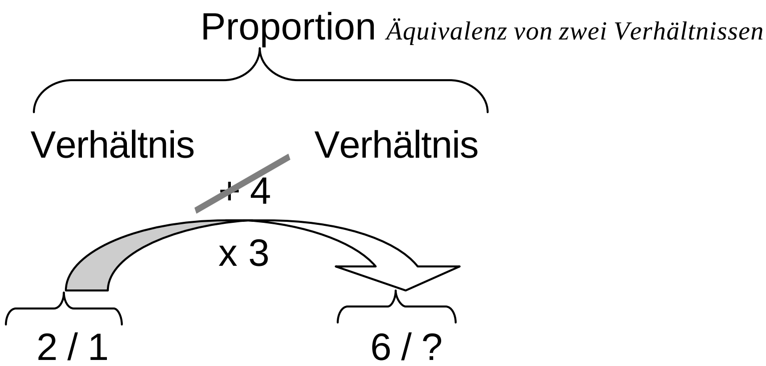


Abbildung 41: Schematische Darstellung von der korrekten (multiplikativen) und einer falschen (additiven) Strategie (Misskonzept) beim proportionalen Problemlösen

Skalar werden Verhältnisse miteinander verglichen, wenn zunächst die Beziehung innerhalb zweier gleicher Entitäten (z.B. der zwei verschiedenen Mengen Orangensaft aus den beiden Verhältnissen) über die beiden Verhältnisse eruiert wird und dieser Zusammenhang dann auf die Beziehung zwischen den beiden Mengen der anderen Entität übertragen wird (daher auch "within measure reasoning" genannt). Zum Beispiel dann, wenn man schlussfolgert, dass die beiden oben genannten Mischungen gleich schmecken müssen, weil sich sowohl die Anzahl der Orangensaftgläser von der ersten zur zweiten Mischung verdreifacht hat (von zwei auf sechs), als auch die Anzahl der Zitronensaftgläser (von eins auf drei). Bei funktionalen Schlussfolgerungen auf der anderen Seite wird zunächst innerhalb eines Verhältnisses eine direkte Beziehung zwischen den beiden Entitäten, hier den Orangensaft- und den Zitronensaftgläsern, hergestellt, indem die kleinste Einheit einer Entität betrachtet wird (daher auch "unit method" bzw. "between measure reasoning" genannt). In dem oben genannten Beispiel würde auf diese Weise das Verhältnis zwischen Orangensaft und Zitronensaft als "zwei zu eins" bestimmt werden, d.h. es gibt sowohl in der in der ersten als auch in der zweiten Mischung doppelt soviel Orangensaftgläser wie Zitronensaftgläser.

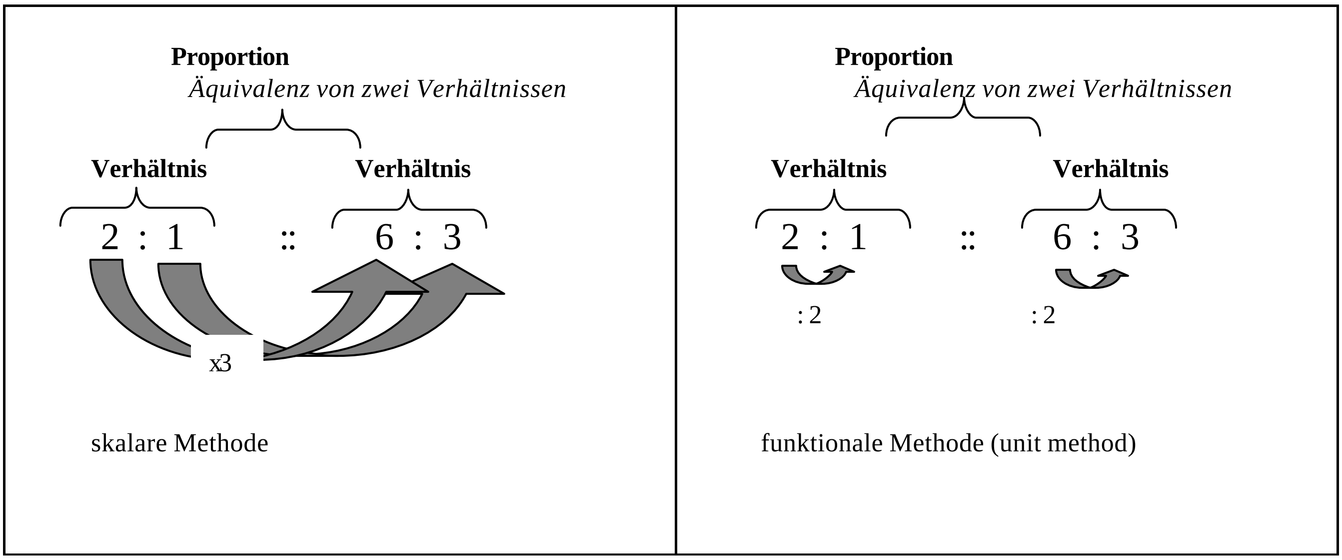


Abbildung 4-2: Schematische Darstellung der skalaren und der funktionalen Methode des proportionalen Problemlösens

Der Vergleich von Mischungen ist ein Beispiel proportionalen Denkens mit extensiven Quantitäten / Größen, d.h. die zwei Entitäten des Verhältnisses beziehen sich auf die gleiche Maßeinheit (hier Flüssigkeit). Daneben und im Alltag und den naturwissenschaftlichen Konzepten geläufiger ist der Vergleich von Verhältnissen, deren Entitäten mit unterschiedlichen Maßeinheiten operieren, also proportionales Denken mit intensiven Größen. Beispiel dafür ist das Geschwindigkeitskonzept, das durch die Entitäten Weg und Zeit definiert ist, welche unterschiedliche Maßeinheiten vertreten. Intensive Größen sind auch Verhältnisse, die beispielsweise einen Preis für eine bestimmte Ware ausdrücken (z.B. drei Hefte für zwölf DM).

Das Konzept des proportionalen Denkens ist nicht einfach zu fassen, vielleicht deswegen, weil es eng mit anderen Begriffen und Konzepten verbunden ist, auf diese aufbaut, bzw. Voraussetzung für deren Verständnis ist. Vergnaud (1988) hat den Begriff "multiplicative conceptual field" eingeführt, um damit alle Situationen zu kennzeichnen, die als einfache oder multiple proportionale Probleme analysiert werden können (Vergnaud, 1988, S. 141). Dazu zählen beispielsweise Multiplikation, Division, Brüche, Vergleiche, Proportionen selber, lineare Funktionen, wie Vergnaud ausführt, aber auch Dezimalzahlen, Prozente, Maße, Skalierungen, Graphen oder das Verständnis von direkten und inversen Beziehungen innerhalb einfacher Verhältnisse.

4.3 Schwierigkeiten beim proportionalen Denken: Das additive Misskonzept

Warum ist proportionales Denken schwierig? Im Unterschied zu dem Umgang mit absoluten Zahlen verlangt proportionales Denken die simultane Beachtung von zwei Dimensionen und damit erhöhte Verarbeitungskapazität oder -effektivität (Case, 1985; Halford 1993, 1998). Hinweise dafür bieten Studien, die sich mit dem Zusammenhang zwischen der Fähigkeit proportionalen Denkens und der Anzahl von Schemata, die eine Person simultan verarbeiten kann, sogenannte "M(emory)-spaces" beschäftigen (de Ribaupierre & Pascual-Leone, 1979; Karplus, Pulos & Stage 1983).

Neben der geforderten erhöhten Informationsverarbeitungskapazität erscheint das schwierigste Problem für die Entwicklung proportionalen Verständnisses die Umstellung der mathematischen Strategien von der additiven zur multiplikativen Methode zu sein (Konzeptwechsel). Wenn junge Kinder beginnen, proportionale Probleme zu quantifizieren, handeln sie oft nach dem additiven Misskonzept. Sie benutzen dann irrtümlich additive Strategien, d.h. sie beachten die Beziehung innerhalb und zwischen den Verhältnissen inkorrekt als Differenz zwischen den Termen statt als Vervielfachung. Beispielsweise würden Kinder, die additiv handeln und die Aufgabe haben, eine Mischung in einer größeren Menge herzustellen, bei einer Mischung von 2 (Gläsern Orangensaft) zu 1 (Glas Zitronensaft) zu jeder Entität ein Element dazuaddieren, statt korrekterweise zu vervielfachen (beispielsweise, um das Zweifache zu dem neuen Verhältnis 4 : 2). Ein bekanntes Beispiel für die Verwendung der Addition bei Proportionsaufgaben bietet eine Studie von Karplus, Karplus und Wollmen (1974). In deren Aufgaben wurde die Größe von zwei Figuren (Mister Tall und Mister Short) mittels Knöpfen und Papierclipsen simultan repräsentiert. Aufgabe der Versuchsteilnehmer war es, ausgehend von der Information über die Größe von "Mister Short" mit vier Knöpfen und sechs Papierclipsen analog auf die Größe (ausgedrückt in Papierclipsen) von "Mister Tall" (mit sechs Knöpfen) zu schließen. Noch 50% der Viertklässler und fast 30% der Achtklässler argumentierten, dass "Mister Tall" die Größe von acht Papierclipsen hätte (statt neun), mit der Begründung, dass "Mister Tall" zwei Knöpfe höher sei als "Mister Short" und daher auch zwei Papierclipse höher sein müsste.

4.4 Die Entwicklung proportionalen Denkens

Trotz der hohen Anforderungen, die an proportionales Denken gestellt werden, wird diese Fähigkeit nicht erst und nicht ausschließlich durch schulische Instruktion erworben (Post, Wachsmuth, Lesh & Behr, 1985; Streefland, 1985). Dafür sprechen zum einen Studien mit Erwachsenen, die keine (oder nur minimale) schulische Ausbildung genossen haben, die aber kompetentes proportionales Denken in Alltagssituationen zeigen (z.B. Nunes, Schliemann & Carraher, 1993). Daneben lösen schon junge Kinder, lange bevor sie in die Schule kommen, in ihrem Alltag (intuitiv) kompetent Situationen, die auf Vorformen proportionalen Denkens, nämlich auf relationales Denken schließen lassen, die aber noch keine exakte Quantifizierung der Problemstrukturen erfordern. Dazu zählt nach Resnick und Singer (1993) die Fähigkeit, zwei Dinge verschiedener Kategorien miteinander aufgrund ihrer Menge oder Größe zu assoziieren ("fittingness"), beispielsweise wenn zweijährige Kinder den großen Schuhen des Vaters einen größeren Schuhbeutel zuordnen als ihren eigenen kleinen Schuhen (Sera, Troyer & Smith, 1988).

Eine zweite Form relationalen Denkens zeigt sich in der Fähigkeit, die Zu- bzw. Abnahme zweier unterschiedlicher Mengen systematisch miteinander in Verbindung zu bringen, das Verständnis von Kovariation. Bekanntes Beispiel dafür sind Aufgaben, in denen Kinder gebeten werden, drei (bzw. vier) Fischen verschiedener Größe adäquate Futtermengen zuzuordnen (z.B. Piaget, Grize, Szeminska & Bang, 1977; Piaget & Inhelder, 1955). Dabei zeigt sich, dass schon sechsjährige Kinder die Futtermenge annähernd proportional der Fischgröße zuordnen, wenn die Aufgabenstellung den direkten Vergleich zwischen jedem einzelnen Fisch und der Futtermenge erlaubt (siehe fittingness). Sie machen dies unabhängig davon, ob die Größe der Fischreihe linear (die Fische sind immer jeweils um eine Einheit größer) oder geometrisch (die Größe des nächsten Fisches beträgt immer das doppelte vom vorherigen) zunimmt (Singer, Kohn & Resnick, 1997). Verlangte allerdings die Aufgabenstruktur, dass die Kinder zunächst die Beziehungen innerhalb einer Serie (hier innerhalb der Fische) beachten und diese dann auf die zweite Menge beziehen (skalarer Vergleich), zeigten sie dramatisch schlechtere Leistungen. Kinder, denen als Referenzgröße die Futtermenge für einen bestimmten Fisch zugewiesen wurde, und die zunächst die Größenbeziehungen innerhalb der Fische eruieren mussten, um diese dann auf die Futtermenge zu übertragen, konnten erst ab elf Jahren korrekt lineare Beziehungen zwischen den Serien herstellen; geometrisch korrekte Zuordnungen ergaben sich erst bei Erwachsenen (Singer, Kohn & Resnick, 1997). Verglichen mit Piagets Ergebnissen (siehe Punkt 4.5), nach denen in ähnlichen Aufgaben schon neunjährige Kinder bei den Fischen korrekt proportional handelten, verdeutlichen die Resultate von Singer und Kollegen den immensen Einfluss der Aufgabenstruktur und Fragestellung auf die Leistungen proportionalen Denkens und das Entwicklungspotential innerhalb einer großen Altersspannbreite.

Kovariate Beziehungen können in ihrer Form entweder direkt (mit der Zunahme der einen Menge nimmt die andere Menge systematisch zu) oder invers (mit der Zunahme der einen Menge nimmt die andere Menge systematisch ab) sein. Proportionales Denken verlangt per definitionem das Verständnis der direkten kovariaten Beziehung. Zwei Mischungen, beispielsweise, sind dann proportional zueinander (schmecken gleich), wenn sich die Menge des einen Elementes um den gleichen Faktor verändert wie die Menge des anderen Elementes. Wenn zwei Getränke bezüglich ihrer Süße miteinander verglichen werden sollen, so kann man schließen, dass sich – eine konstante Wassermenge vorausgesetzt - die Süße des Getränkes A zur Süße des Getränkes B wie die Zuckermenge von Getränk A zur Zuckermenge des Getränks B verhält. Das Verständnis von inversen Beziehungen ist dann wichtig, wenn innerhalb eines Verhältnisses Beziehungen miteinander verglichen werden sollen. Der Zuckergehalt in einer Zucker-Wasser-Mischung beispielsweise ist umso größer, je kleiner der Wassergehalt ist, die Geschwindigkeit eines Autos ist umso größer, je weniger Zeit es für eine bestimmte Strecke brauchte, die Anstrengung für das Lösen einer Aufgabe muss umso größer sein, je kleiner die Fähigkeiten in diesem Bereich sind.

Studien, die so unterschiedliche Kontexte thematisieren wie das Geschwindigkeitskonzept (Acredolo, Adams & Schmid, 1984; Wilkening, 1981), Zuckergehalt von Mischungen (Bar, 1987; Stavy, Strauss, Orpaz & Carmi, 1982) oder das Anstrengungs- Fähigkeitskonzept lassen Resnick und Singer (1993) zu dem Schluss kommen, dass sich das Verständnis von direkten kovariaten Beziehungen zeitlich vor dem Verständnis von indirekten Beziehungen entwickelt. Sogar schon Kindergartenkinder verstehen und gebrauchen direkte Kovariation in einem Problemlösekontext, während ein Verständnis von inversen Kovariationen nicht vor acht oder neun Jahren reliabel gefunden wurde. Bar (1987) konnte bezüglich dieses Entwicklungsverlaufs einen interessanten Unterschied zwischen vertrauten und unvertrauten Domänen feststellen. Für die Entwicklung des Verständnisses direkter, inverser und proportionaler Beziehungen im Kontext einer (ihnen vertrauten) Wasser-Zucker-Mischung konnte er die Ergebnisse von Stavy und Kollegen (1982) belegen, nicht aber für einen physikalischen Kontext – einen elektrischen Schaltkreis. In diesen Aufgaben mussten die Versuchsteilnehmer die Leuchtkraft von Glühbirnen in einem seriell geschalteten Schaltkreis in Abhängigkeit von der Anzahl der Batterien (je mehr, desto heller) und in Abhängigkeit von der

Anzahl der Glühbirnen (je mehr, desto schwächer) bestimmen, indem sie einen bestimmten Schaltkreis mit der Leuchtkraft eines Schaltkreis von einer Glühbirne, einer Batterie verglichen. Drittklässler (die jüngste untersuchte Altersgruppe) konnten in beiden Kontexten annähernd alle Aufgaben der direkten Kovariation korrekt lösen (mehr Batterien bei gleichbleibender Glühbirnenmenge erhöht die Leuchtkraft; mehr Zucker bei gleichbleibender Wassermenge versüßt eine Mischung). Während sie jedoch beim elektrischen Schaltkreis bereits zu diesem Zeitpunkt auch inverse Kovariationen korrekt beantworteten (mehr Glühbirnen vermindern die Leuchtkraft), war ihnen dies im Kontext der Zucker-Wasser-Mischung nicht möglich (die Zugabe von Wasser vermindert die Süße). In der Zucker-Wasser-Mischung entwickelte sich das Verständnis direkter Kovariationen schon etwa mit fünf Jahren (siehe Stavy et al., 1982) und damit deutlich vor dem Verständnis von sowohl des inversen als auch des proportionalen Denkens (das sich erst mit der 5. Klasse deutlich besserte), während sich beim Schaltkreis das direkte und das inverse Verständnis etwa zur gleichen Zeit und deutlich vor dem proportionalem Verständnis entwickelte. Bar (1987) vermutet, dass diese domänenspezifischen Entwicklungsunterschiede von der Vertrautheit des Kindes mit dem jeweiligen Konzept abhängen. Junge Kinder scheinen intuitiv dem Versüßen einer Mischung durch Zugabe von Zucker zu einem früheren Zeitpunkt Beachtung zu schenken als dem Verwässern einer Mischung durch Zugabe von Wasser, was zur stärkeren Gewichtung von nur einer Dimension (hier Zucker) führt, während beim elektrischen Schaltkreis beide Dimensionen (Batterien, Glühbirnen) etwa gleichermaßen (un)vertraut waren.

Eine weitere Domäne, in der die Kinder schon früh qualitative Aussagen über proportionale Verhältnisse machen können, ist das Geschwindigkeitskonzept (Acredolo et al., 1984; Wilkening, 1981). In diesen Studien wurden die Variablen Geschwindigkeit, Distanz und Zeit durch einen Aufgabenkontext eingeführt, in dem zwei (oder drei) unterschiedlich schnelle Tiere (Hase, Stinktier bzw. Schildkröte, Meerschweinchen, Katze) vor einem bellenden Hund weglaufen müssen (dargestellt an einem Modell eines Bauernhofs und mit akustisch vernehmbarem Hundebellen). Die Aufgabe der Kinder war es, Geschichten in diesem Kontext zu vollenden, wenn ihnen jeweils zwei Informationen (entweder bezüglich der zurückgelegten Distanz, der benötigten Zeit oder der Geschwindigkeit) zur Verfügung standen. Beispielsweise wurden sie gefragt, welches von zwei Stinktieren (d.h. gleiche Geschwindigkeit) länger gelaufen ist, wenn das erste Stinktier weiter rannte als das zweite (direkte Kovariation – je größer die Distanz, desto länger die Dauer). Verständnis von inversen Kovariationen wurde beispielsweise mit Geschichten getestet, in denen ein Hase und ein

Stinktier (verschiedene Geschwindigkeiten) gleich weit rannten und das Kind herausfinden musste, welches längere Zeit benötigte. Erst ab neun Jahren konnten Kinder korrekt mit inversen Kovariationen umgehen (Acredolo et al., 1984), während sie schon mit fünf Jahren bei direkten Kovariationen richtige Urteile abgaben (Wilkening, 1981).

Bedeuten Wilkenings Ergebnisse, dass Kinder schon im Vorschulalter korrekt die multiplikative Beziehung zwischen Zeit und Geschwindigkeit beachten, wenn sie Urteile über die zurückgelegte Distanz abgeben? Dies kann aus den vorhandenen Ergebnissen nicht notwendigerweise geschlossen werden. Die Aufgabenstellung, die qualitative und nicht quantitative Antworten erforderte, bietet keine Unterscheidungsmöglichkeit zwischen der Anwendung der korrekten multiplikativen Strategie und der Anwendung der additiven Strategie. Im Idealfall kann aus diesen Ergebnissen ein (intuitives) Verständnis von einer wie auch immer gearteten Beziehung zwischen den beiden Dimensionen Weg und Zeit für das Verständnis der Geschwindigkeit geschlossen werden.

Wilkening (1981) diskutiert als Erklärung für die korrekten Lösungen in der Geschwindigkeitsaufgabe die Fähigkeit, die Geschwindigkeit direkt wahrzunehmen und sie nicht aus den beiden Komponenten Weg und Zeit zu erschließen. Singer und Kollegen (1997) bezeichnen dies als ein direktes, unvermitteltes Verständnis des Konzeptes (direct apprehension). Hinweise dafür fand Wilkening (1981) bei der Beachtung der Augenbewegungen der Versuchsteilnehmer während der Geschichte. Er konnte feststellen, dass die Augenbewegungen der Kinder (von dem Hundehaus zu dem Fluchtzielpunkt) unterschiedlich schnell waren, und zwar abhängig von der antizipierten Schnelligkeit des Tieres, und dass die Kinder so das Konzept der Geschwindigkeit direkt durch kinästhetische Strategien inkorporiert hatten.

Diese Theorie der "direct apprehension" wird von einer Studie Singers (1992, nach Singer et al., 1997) gestützt, die das Verständnis von Dichte (Blumen in Beeten) in zwei Bedingungen bei Kindergartenkindern, Grundschulkindern und Erwachsenen untersuchte. Die Versuchsteilnehmer hatten jeweils die Aufgabe zu beurteilen, welches von zwei (unterschiedlich großen) Beeten (Boxen) mehr "gedrängt / gefüllt" mit Blumen (crowded) sein würde, wenn für jedes Beet eine bestimmte (unterschiedlich große) Menge von Blumen (repräsentiert durch Punkte) abgebildet wurde. Eine Bedingung erlaubte die direkte visuelle Wahrnehmung der Dichte der Blumen innerhalb der Beete, indem die Blumen innerhalb der zwei Boxen durch Punkte dargestellt waren. In einer zweiten Bedingung wurden die Informationen zur Fläche der Boxen und der Anzahl der Blumen separat dargestellt, indem die Punkte (für die Blumen) unterhalb der Boxen in Reihen repräsentiert wurden.

Um die Dichte zu bestimmen, mussten die Kinder hier also bewusst die zwei Dimensionen (Fläche der Boxen und Anzahl der Blumen) integrieren. Während alle Versuchsteilnehmer, sowohl Erwachsene als auch Kindergarten- und Schulkinder, sehr gute Leistungen in der Bedingung zeigten, in der die Dichte direkt wahrgenommen werden konnte, war die Leistung der jüngsten Altersgruppen (Kindergartenkinder und Erstklässler) in der zweiten Bedingung sehr schlecht. Sie tendierten dazu, dasjenige Beet als mehr gedrängt bzw. dichter zu beurteilen, in dem mehr Blumen waren, ohne die Flächeninformation des Beetes mit zu integrieren. Singer schließt daraus, dass junge Kinder schon wesentlich früher mit proportionalen Beziehungen umgehen können, noch bevor sie zwei oder mehr Dimensionen integrieren können, wenn ihnen eine direkte (visuelle) Erfahrung dieser Information möglich ist (Singer 1992, nach Singer et al., 1997).

Die oben angeführten Studien machen deutlich, dass Kinder schon vor dem Einsetzen schulischer Instruktion kompetent mit proportionalen Problemen umgehen können, wenn bestimmte Voraussetzungen erfüllt sind. Zum einen scheinen Aufgabenrepräsentationen vorteilhaft zu sein, die eine direkte perzeptuelle Wahrnehmung der Verhältnisgröße (hier z.B. Dichte, Geschwindigkeit) zulassen und in denen nicht explizit eine Integration von zwei Dimensionen verlangt wird (die dazu (ver)führen kann, dass nur eine – besonders saliente – Dimension beachtet wird). Zum anderen scheinen Kinder dann proportionale Probleme gut zu lösen, wenn sie nur qualitative Antworten ohne eine exakte Quantifizierung der Lösung verlangen, also Aufgaben, in denen Kinder zeigen, dass sie direkte oder inverse Kovariationen für verschiedene Domänen verstehen. Korrekte, intuitive Lösungen bei diesen Problemen werden daher von Resnick und Singer (1993) als proto-quantitatives Verständnis bezeichnet. Was ist nun der Unterschied zu dem ausgereiftem quantitativen Verständnis proportionaler Probleme, das noch Erwachsenen Schwierigkeiten bereiten (siehe z.B. Siegler, 1976)?

Wie in Punkt 4.2 schon beschrieben, erfordert ein ausgereiftes Verständnis von Proportionalität nicht nur ein Verständnis dafür, dass eine Zahlenreihe mit einer anderen Zahlenreihen systematisch kovariiert. Ein ausgereiftes Verständnis proportionaler Strukturen erfordert zudem, dass dieses Verständnis von der Beziehung zwischen zwei Verhältnissen auch korrekt, und das heißt multiplikativ, quantifiziert werden kann. Ein Hinweis auf explizite multiplikative Quantifizierung proportionaler Probleme kann bei Vorschulkindern noch nicht gefunden werden. Zwar gibt es Studien, in denen proportionales Verständnis quantifiziert werden muss (entweder in der Aufgabenstellung oder sogar in der Lösung, z.B. bei Bar, 1987; Piaget et al., 1977), jedoch kann dort bei korrekten Lösungen meist nicht zwischen additiven und multiplikativen Strategien unterschieden werden, da die lineare Struktur bei beiden Strategien zur richtigen Lösung führen würde.

Wie sieht nun die Entwicklung der Quantifizierung proportionaler Aufgaben aus? Eine häufig verwendete Strategie, die die additive Konzeption vom Umgang mit absoluten Zahlen und die geforderte Multiplikation für den Umgang mit relationalen Zahlen verbindet, ist die sogenannte "additive Multiplikation" (engl. building up strategy, repeated addition). Diese Strategie, die Singer und Kollegen (1997) "protoratio reasoning" nennen wird oft mithilfe von Tabellen verwendet. Bei dieser Strategie kann aufgrund der Kenntnis der Beziehung zwischen zwei Komponenten in einem Verhältnis (z.B. drei Bleistifte kosten 12 Francs) der Wert weiterer Komponenten beschrieben werden, die exakt durch das gleiche Verhältnis ausgedrückt werden. Ricco (1982) untersuchte an Zweit- bis Fünftklässlern, wie Schüler genau jene Strategie verwenden und entwickeln. In ihrer Studie bekamen die Kinder eine Tabelle, in deren einer Spalte die Anzahl von gekauften Bleistiften aufgelistet war (in nicht linearen Zunahmen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16, 18, 71, 72, 75), während in der anderen Spalte für einige dieser Mengen der Preis angegeben war (in einer Bedingung für zwei direkt aufeinanderfolgende Mengen: 3 Stück für 12 Francs und 4 Stück für 16 Francs, in einer anderen Bedingung in zwei nicht aufeinanderfolgenden Mengen: 3 Stück für 12 F und 5 Stück für 20 F). Aufgabe war es, den korrekten fehlenden Preis für verschiedene Mengen von Bleistiften anhand der schon gegebenen Preise zu bestimmen. Ricco (1982) konnte feststellen, dass Zweitklässler die Preise mit zunehmender Menge unsystematisch und oft falsch ansteigen ließen und somit lediglich das Erkennen einer positiven Kovariation zeigten. Ab der vierten Klasse zeigten Kinder additive Multiplikationen, indem sie konstante Differenzen zwischen den angegebenen Preisen erkannten und diese sukzessive zu den fehlenden Reihen addierten, wobei sie auch die "Sprünge" bei den Mengenangaben mit berücksichtigten, wie ein Protokoll zeigt (Ricco, 1982, S. 299, Übersetzung der Verfasserin)*:"... fünf Bleistifte kosten 20 Francs,... weil es vier Francs Unterschied zwischen 12 und 16 sind. Sechs Bleistifte kosten, na ja ... 24 Francs, ich zähle 4 dazu. Acht kosten 28 Francs. Oh nein, die sieben fehlt. Sieben kosten 28 Francs, 8 Bleistifte .. 32 Francs..."*. Ab der fünften Klasse können Kinder die Lösung multiplikativ finden, und zwar sowohl funktional als auch skalar. Kinder gehen nach einer funktionalen Strategie vor, wenn sie beispielsweise den Preis für sechs Bleistifte aus ihrer Kenntnis, dass drei Bleistifte 12 Francs kosten, berechnen, indem sie zunächst den Preis für einen Bleistift bestimmen und dann diesen Preis mit sechs multiplizieren. Sie gehen skalar vor, wenn sie zunächst die Beziehung zwischen den zwei Bleistiftmengen beachten (sechs ist das Doppelte von drei) und dann diese Beziehung auch auf den entsprechenden Preis anwenden. Obwohl Ricco (1982) in diesen Studien keine Präferenz für die skalare oder die funktionale Methode bei den Fünftklässlern identifizieren konnte, zeigt sich doch ein Trend, dass generell die skalare Methode bevorzugt wird (Vergnaud, 1988). Dieses Ergebnis gilt auch für proportionales Problemlösen Erwachsener ohne systematische Schulbildung (Schliemann & Nunes, 1990) und kann auf die Ähnlichkeit der skalaren Methode mit der additiven Multiplikation zurückzuführen sein, die von Kindern schon früh verwendet wird (Resnick & Singer, 1993).

Die Ergebnisse Riccos (1982) bezüglich der Entwicklung der Anwendung multiplikativer Strategien werden von Befunden Wilkenings und Kollegen unterstützt, nach denen die korrekte multiplikative Integration zweier Dimensionen auch erst ab zehn Jahren feststellt werden kann (Wilkening, Becker & Trabasso, 1980).

Besonders interessant sind für die vorliegende Arbeit die Ergebnisse der Viertklässler in Riccos Studie. Ab diesem Alter zeigten Kinder ein Verständnis für die skalare Methode, die sie benutzten, wenn die Methode der multiplikativen Addition schwierig anzuwenden war (wenn die zwei vorgegebenen Mengen-Preis-Informationen keine direkte sukzessive Beziehung hatten, beispielsweise wenn der Preis für drei und für fünf Bleistifte angegeben war). War die Strategie der multiplikativen Addition jedoch anwendbar, schienen die Zehnjährigen diese zu bevorzugen. Diese Altersgruppe scheint somit in einer Phase zu sein, in der sich die Prävalenz der Strategieverwendung gerade ablöst. Aufbauend auf den Befunden von Alibali und Goldin-Meadow (1993), die eine hohe Korrelation zwischen der Variabilität der Strategienutzung und dem Lernerfolg eines Trainings feststellen konnten, könnte demnach vermutet werden, dass sich diese Altersgruppe in einer Phase befindet, in der die Instruktion gut auf das vorhandene Verständnis aufbauen kann und neue Strategien gefestigt werden könnten, eine Altersgruppe also, die von einem Training besonders gut profitieren könnte.

Nach Resnick und Singer (1993) lässt sich also davon ausgehen, dass schon junge Kinder intuitiv mit proportionalen Problemen umgehen können. Eine frühe Form diese Verständnisses zeigt sich in der bewussten, erst qualitativen Zuordnung von Größen zwischen verschiedenen Reihen (fittingness), die vom kompetenten Umgang mit Kovariationen fortgesetzt wird. Die Quantifizierung des proportionalen Verständnisses entwickelt sich häufig über additives Multiplizieren und wird in skalaren und funktionalen Strategien - oft allerdings sehr spät - perfektioniert. Die im folgenden

Unterkapitel dargestellten Befunde zeigen, dass der korrekte Umgang mit proportionalen Konzepten meist erst ab der Sekundarstufe robust verstanden wird.

4.5 Entwicklungstheorien proportionalen Denkens

Gibt es nun fest identifizierte Entwicklungsschritte, die junge Kinder beim Erwerb der Fähigkeit zum proportionalen Denken durchlaufen und die es folglich bei der Vermittlung dieses Konzeptes auch zu berücksichtigen gilt? Zur Beleuchtung dieser Frage soll auf drei Studien eingegangen werden, die die von Piaget, Siegler und Noelting postulierte Entwicklung dieses Konzeptes verdeutlichen sollen.

Piaget, Grize, Szeminska und Bang (1977): Fisch-Futter-Studie

Piaget und seine Mitarbeiter untersuchten die Entwicklung proportionalen Denkens in unterschiedlichen Problemsituationen, die sich vor allen Dingen auf die Entwicklung des Verständnisses von Verhältnissen in physikalischen Systemen oder von logisch-mathematischen Konzepten (wie Korrelationen) konzentrierten (Piaget & Inhelder, 1977). Zu den physikalischen Problemkontexten zählen neben den bekannten Balkenwaageaufgaben (siehe unten bei Siegler) auch Aufgaben zu dem Konzept des Drucks, der Dichte oder eine Schattenprojektionsaufgabe, die das Verständnis der Beziehung zwischen der Schattengröße und der Distanz des betreffenden Objektes zu der Lichtquelle untersucht.

Nach Piaget entwickelt sich proportionales Denken in vier Stufen, die auch anhand der weiter vorne beschriebenen Fisch-Futter-Studie illustriert werden kann (Piaget et al., 1977). In den Fisch-Futter-Studien von Piaget und Kollegen (1977) werden den Kindern drei Fischattrappen präsentiert, von denen explizit gesagt wird, dass Fisch B (10 cm) doppelt so viel und Fisch C (15 cm) dreimal so viel frisst wie Fisch A (5 cm). Aufgabe der Kinder war es beispielsweise herauszufinden, wie viele Futterperlen man Fisch A und C geben muss, wenn Fisch B vier Perlen bekommt, oder wie viele Perlen man Fisch A und B geben muss, wenn Fisch C neun Perlen bekommt. Auf einer ersten Entwicklungsstufe scheinen die Kinder (mit etwa fünf bis sechs Jahren) intuitiv einen Zusammenhang zwischen den beiden Dimensionen zu bemerken (intensionale Quantifikation), der jedoch nur qualitativer, ordinaler Natur ist, d.h. die korrekte Anzahl der Futterpillenzuordnung spielt keine Rolle, solange Fisch C mehr Perlen als Fisch B bekommt und dieser mehr als Fisch A. In einem nächsten Stadium, dem der extensiven Quantifikation, beginnen die Kinder die Futterrelationen systematisch zu quantifizieren, allerdings inkorrekt durch Addition, also auf Basis gleicher und nicht proportionaler Differenzen. Piaget und Kollegen (1977) unterscheiden hier zwischen Stufe II (teilweise schon ab fünf, sechs Jahren), auf der die Differenzen zunächst jeweils nur eine Einheit betragen, und Stufe III, auf der die Differenzen mehr als eine Einheit betragen. Beispielsweise würden hier die Kinder (etwa sieben bis neun Jahre) aufgrund ihrer Kenntnis, dass Fisch C neun Perlen frisst, den Fischen A und B fünf bzw. sieben Futterperlen zuordnen und somit die verbale Information, dass Fisch C das Dreifache von A frisst, nicht für ihre Überlegungen nutzen.

Zwischen dem additiven und dem korrekten metrischen proportionalen Schlussfolgern identifizierten Piaget und Kollegen eine Strategie, die sie "Präproportionalität" nennen und in der Kinder zwar korrekt intuitiv nicht mehr konstante (additive) Differenzen zwischen den Serien annehmen, jedoch noch nicht genau die Verhältnisstrategie erkennen (Stufe IVa). Beispielsweise würde ein Kind Fisch B vier Perlen geben, wenn Fisch A zwei Perlen hat, weil B doppelt so viel isst wie Fisch A, dennoch gibt es sich für Fisch C mit fünf Perlen zufrieden. Schließlich gelangen die Kinder (mit etwa acht, neun Jahren) in das formal-operatorische Stadium, in dem sie beide Dimensionen korrekt in einem proportionalem Zusammenhang beachten (Stufe IVb: proportionalen Quantifikation).

Nach Piaget entwickelt sich also das Verständnis der Beziehung zwischen zwei Dimensionen von der Beachtung nur einer Dimension über graduell sophistiziertere Quantifikationen des Zusammenhangs zwischen diesen beiden Dimensionen (vom intuitiven über das additive zu dem korrekten proportionalem Verständnis). Er konnte dabei einen Entwicklungsrückstand von etwa einem Jahr für kontinuierliche Größen (Futterbänder) gegenüber diskreten Größen (Futterperlen) feststellen. Wie aus der Versuchsanordnung ersichtlich, sind die Kinder in diesem Design jedoch nicht direkt gezwungen, neben der Futterdimension die Dimension der Länge parallel zu beachten. Streng genommen könnten die Versuchsteilnehmer die verbale Information, dass Fisch B doppelt und Fisch C dreimal so viel isst wie Fisch A, direkt für die Bestimmung der Futterzuordnung nutzen, ohne die Längendimension überhaupt zu beachten. Demgegenüber erlaubt das Design von Singer und Kollegen (1997) durch Einbezug von geometrischen Zuwächsen auch die exaktere Differenzierung, d.h. auf welche Art (additive Multiplikation, skalare Methode, funktionale Methode) die Kinder zu der korrekten Problemlösung gekommen sind. Korrekte Lösungen sind bei Piaget schon durch additive Multiplikation zu erlangen.

Eine genauere Beschreibung der von Piaget gefundenen Entwicklungsstufen haben anschließende Studien versucht. Von diesen soll im Folgenden genauer auf Noeltings (1980) Theorie des "adaptive restructuring" und auf Sieglers (1976) Idee des "rule system approaches" eingegangen werden. Typischerweise beschreiben diese Theorien die postulierten Entwicklungsstufen in Form von

Strategien oder Regeln, die die Kinder mit dem jeweiligen Entwicklungsstand beherrschen und die im Laufe der Entwicklung differenzierter werden und mehr Informationen berücksichtigen.

Noelting (1980): Orangensaftstudie

Ein weiteres Beispiel, an dem Entwicklungsstufen proportionalen Denkens identifiziert wurden, sind die Mischaufgaben von Noelting (1980). Noeltings Ziel war es, aufbauend auf Piagets Stufentheorie eine genaue Strukturanalyse der Aufgaben (in Bezug auf die Komplexität der quantitativen Relationen) mit standardisierten Versuchsanordnungen zu kombinieren und typische Strategien zur Lösung der Aufgaben auf der jeweiligen Entwicklungsstufe zu identifizieren. In Noeltings Untersuchung (1980) wurden Kinder bis sechzehn Jahre gebeten, zwei Mischungen, die jeweils aus unterschiedlichen Mengen von Orangensaftgläsern und Wassergläsern bestanden, bezüglich ihrer Intensität des Orangensaftgeschmacks zu vergleichen und ihre Lösungsstrategien zu erklären. Dabei waren die Mischungen so angeordnet, dass die Zahlen der Gläser innerhalb und zwischen den Verhältnissen unterschiedlich schwierig miteinander zu vergleichen waren (etwa von dem leichten Vergleich einer 1-Saft–0-Wasser-Mischung mit einer 0-Saft-1-Wasser-Mischung zu dem anspruchsvolleren Vergleich einer 3-Saft-5-Wasser-Mischung mit einer 5-Saft-8-Wasser-Mischung)[24]. Noelting (1980) konnte altersabhängig drei (vier) unterschiedliche Lösungsstrategien identifizieren, die er mit den Piagetschen Entwicklungsstufen (präoperational-intuitiv, konkret-operational und formal-operational) in Beziehung setzte. Bevor Kinder noch auf einer präoperational-intuitiven Stufe argumentieren, identifizierte Noelting bei bis dreieinhalbjährigen Kindern (auf einer symbolischen Stufe) eine Strategie des isolierten Zentrierens, in der nur jede Mischung für sich und in Bezug auf einzelne Elemente verglichen wurde; sie registrierten beispielsweise nur, ob ein Glas Saft in einer der Mischungen dabei war oder nicht. Ab dreieinhalb Jahren (präoperational-intuitive Stufe) bildet sich nach Noelting der eindimensionale Vergleich als vorherrschende Strategie heraus, das heißt, in diesem Alter bemerken die Kinder nicht nur die An- bzw. Abwesenheit von Saft, sondern auch, wie viel Saft in jeder Mischung ist. Sie integrieren in ihre Analyse jedoch noch nicht die Anzahl der zweiten Dimension, der Wassergläser. Diesen zweidimensionalen Vergleich beziehen Kinder ab einem Alter von etwa acht Jahren (konkret-operationale Stufe) mit ein. Ihre Strategie sieht beispielsweise folgendermaßen aus: Sie setzen die Zahl der Saftgläser und der Wassergläser für jede Mischung einzeln miteinander in Beziehung und

[24] Die Reihenfolge der Schwierigkeit der Aufgaben hat Noelting (1980) mithilfe einer Strukturanalyse aller möglichen Variationen der Zahlen untereinander identifiziert.

wählen dann diejenige Mischung als die orangigere Mischung, in der die Zahl der Saftgläser überwiegt. Wenn jedoch in beiden Mischungen mehr Saft- als Wassergläser sind, unterscheiden sich ihre Antworten nicht von zufällig gegebenen. In einer vierten Stufe (ab zwölf Jahren) beginnen die Kinder die zwei Dimensionen proportional miteinander in Beziehung zu bringen und die Aufgaben korrekt zu lösen.

Allerdings ist hierbei zu beachten, dass Noelting (1980) zwei Arten von Entwicklungen identifizierte, eine qualitative Entwicklung, die zwischen den vier Stufen abläuft und die er mit dem Auftauchen neuer Strategien in Beziehung setzt, und eine quantitative innerhalb einzelner Stufen, die zu einer zunehmenden Konsolidierung der jeweiligen Strategie führt. Daher kann man auch nicht davon ausgehen, dass nach Noeltings Theorie schon 12-jährige Kinder perfekt proportionale Probleme lösen. Seine Aufgabenanalysen machen deutlich, dass die Lösungsrate stark von der Komplexität der zu vergleichenden Relationen abhängt. Für den oben genannten Vergleich der 3-Saft-5-Wasser-Mischung mit der 5-Saft-8-Wasser-Mischungen konnten erst bei knapp 16jährigen Kindern 50% der Versuchsteilnehmer die Aufgabe lösen.

Siegler (1976): Balkenwaagestudie

Ebenso wie Noelting entwickelte auch Siegler (1976) einen Test, um die Prozesse und Entwicklungsmuster proportionalen Denkens näher zu identifizieren. Dafür benutzte er eine Balkenwaagevorrichtung, die auf Studien Piagets zurückgeht (vgl. Piaget & Inhelder, 1977). Mit Balkenwaageaufgaben wird die Fähigkeit von Kindern getestet, Information über Gewicht und Distanz miteinander in Beziehung zu bringen, wobei hier – im Gegensatz zu den Mischproblemen – eine umgekehrte Proportion von Achsenabstand und Gewicht gegeben ist. Die Balkenwaagevorrichtung Sieglers (1976) funktioniert ähnlich wie eine Wippe und besteht aus einem Balken, der in seiner Mitte an einem beweglichen Drehpunkt befestigt ist. Auf jeder Seite des Balkens können in verschiedenen Abständen Gewichte angebracht werden. Die Aufgabe der Kinder besteht darin vorherzusagen, welche Seite der Waage sich bei bestimmten Gewichts-Distanzverhältnissen senkt (es ist also eine Vergleichsaufgabe - ähnlich wie bei der Mischstudie von Noelting). Die Probanden haben damit die anspruchsvolle Aufgabe, zwei multiplikative Verhältnisse aus je einem Gewichts- und einem Distanzfaktor miteinander zu vergleichen. Ähnlich zu Noeltings Strategien identifizierte Siegler (1976) zunehmend ausgereiftere Regeln, mit denen junge Kinder die Balkenwaageaufgaben lösen (rule-system approach). Er formulierte vier Regeln zur Lösung dieser Gleichgewichtsaufgaben, und konnte zeigen, dass sie sequentiell erworben bzw. angewendet werden.

Fünfjährige Kinder beispielsweise haben Schwierigkeiten, überhaupt alle beiden Komponenten des Verhältnisses, geschweige denn ihre Integration zu beachten. Sie beachten auf einer ersten Regelstufe zunächst nur die Anzahl der Gewichte auf jeder Seite des Drehpunktes, d.h. sie gehen nach der Regel vor *"liegen auf beiden Seiten gleichviel Gewichte, herrscht Gleichgewicht; sind die Gewichte verschieden, geht die Seite mit dem größeren Gewicht nach unten."* (nach Oerter & Dreher, 1995, S. 575). Neunjährige setzen bevorzugt Regel zwei ein, indem sie anfangen, den Distanzfaktor mit einzubeziehen - allerdings nur, wenn das Gewicht auf beiden Seiten gleich ist. Ab neun Jahren beginnen Kinder Regel drei gehäuft zu verwenden. Wenn es keinen Konflikt gibt, beachten sie sowohl Gewicht als auch Distanz (*"Sind auf beiden Seiten Abstand und Gewicht gleich, herrscht Gleichgewicht. Ist der Abstand gleich, aber das Gewicht verschieden, senkt sich der Waagebalken mit dem größeren Gewicht; ist das Gewicht gleich und der Abstand verschieden, senkt sich die Waage auf der Seite mit dem größeren Abstand."* nach Oerter & Dreher, 1995, S. 575). Die Kinder beziehen also hier etwa äquivalent zur Stufe der extensiven Quantifikation von Piaget und Kollegen (1977) oder des zweidimensionalen Vergleichs von Noelting (1980) beide Dimensionen mit ein. Sie haben aber noch Probleme, wenn auf beiden Seiten sowohl Gewicht als auch Distanz verschieden sind. Diese korrekte Integration aller Variationen der Distanz und des Gewichts findet schließlich in Regel vier ihren Ausdruck, die allerdings nur wenige Kinder unterschiedlichen Alters einsetzen (nicht einmal in Schulklassen, in denen das Hebelgesetz unmittelbar vorher besprochen wurde). Siegler (1976) konnte diese Befunde der Anwendung von zunehmend ausgereifteren Regeln beim Umgang mit zwei Dimensionen unter anderem noch an Schattenprojektionsaufgaben und Aufgaben der Mengenkonservation finden. Bei diesen Aufgaben sagen die identifizierten Regeln korrekt die spezifischen Fehler voraus, die Kinder in einem bestimmten Entwicklungsstadium machen, sie sind stabil über die Zeit und über bestimmte Aufgaben hinweg.

Welchen Schluss können wir also aus den oben beschriebenen Theorien zu Entwicklung proportionalen Denkens ziehen? Es könnte der Eindruck entstehen, dass diese Entwicklung kontinuierlich nach einem bestimmten Muster abläuft, dass Kinder (sind sie erst einmal in einem formal-operatorischen Stadium) auch auf die notwendigen kognitiven Strukturen als Voraussetzungen zur Beachtung von zwei Dimensionen zurückgreifen können (siehe Piagets Theorie) und dass die Schwierigkeiten auf dem Weg dorthin auf drei Ebenen liegen, die mit zunehmender Reifung sukzessive überwunden werden:

1. das Überwinden von qualitativen Aussagen, d.h. die Fähigkeit zur Quantifizierung,
2. die Beachtung von zwei Dimensionen statt nur einer und
3. das Verständnis der korrekten Beziehung zwischen diesen zwei Dimensionen, nämlich proportional-multiplikative statt additive.

Die oben genannten Schwierigkeiten müssen jedoch differenziert gesehen werden. Abhängig von Kontext und Darstellungsform scheinen Kinder manchmal früher, manchmal später und unterschiedlich erfolgreich zu quantifizieren, wenn sie Verhältnisse vergleichen (vgl. Moore, Dixon & Haines, 1991; Schwartz & Moore, 1998). Auch scheint der Sprung zur Beachtung von zwei Dimensionen statt einer nicht immer ein so großes Hindernis darzustellen, wie man aus den oben genannten Beschreibungen schließen könnte. Wie schon bei den Studien zur Kovariation bemerkt, fällt auch hier eine Gemeinsamkeit aller Untersuchungen auf: Eine der beiden Dimensionen war den Kindern wesentlich vertrauter als die zweite (z.B. das Gewicht bei der Balkenwaage oder der Orangensaft bei der Saft-Wasser-Mischung). Die Überlegung scheint nahezuliegen, dass in dem Maße, wie diese Dimension mehr beachtet wird, die zweite Dimension (die Distanz, das Wasser) weniger beachtet und somit eine Integration beider Dimensionen (künstlich) erschwert wird, der dann als qualitativ hochwertiger Entwicklungsschritt angesehen wird. Hinweise auf diesen Einfluss der unterschiedlichen Vertrautheit der beiden Dimensionen bietet auch Bars Studie (1987, siehe oben).

Siegler (1996) selbst bemerkte in kritischer Auseinandersetzung mit der Generalisierbarkeit seines "rule system approach", dass sich bei Aufgaben, deren Kontext den Kindern vertraut war und in denen beide Dimensionen gleichermaßen bekannt sind, eine größere Variabilität an Strategien zur Lösung diverser Probleme ergebe. Proportionales Denken scheint sich also nicht in jedem Fall stringent von Stufe zu Stufe zu entwickeln; die Beachtung von zwei Dimensionen ist nicht erst ab einer bestimmten Entwicklungsstufe möglich, sondern in großem Maße abhängig von Vertrautheit, Kontext und Erfahrung. Kontexte, die die Aufmerksamkeit des Schülers auf beide Dimensionen gleichzeitig lenken, könnten den Umgang mit Problemen proportionalen Denkens also erleichtern.

Weiterhin beeinflusst der Aufgabenkontext auch die dritte identifizierte Schwierigkeit, nämlich die korrekte Verwendung der multiplikativen Strategie und damit die Aufgabenschwierigkeit. Aufgaben mit extensiven Größen, beispielsweise in einem Mischkontext, wird eine größere Schwierigkeit zugeschrieben als Aufgaben, die mit intensiven Größen operieren, beispielsweise in einem Geschwindigkeitskontext (Wilkening, 1982). Die oben genannten Studien verdeutlichen, wie schwierig es ist, eindeutige, zeitlich fixierte Entwicklungsschritte beim proportionalen Denken zu identifizieren. Allerdings zeigt sich, dass ein konstanter Faktor bei der Schwierigkeit mit proportionalem Denken in der Verwendung falscher additiver Strategien und damit in der Missachtung der korrekten proportionalen (multiplikativen) Problemstruktur liegt.

4.6 Die Vermittlung proportionalen Denkens in der Schule

Der Vermittlung des Umgangs mit Proportionalität und Rationalen Zahlen wird international große Bedeutung beigemessen. In den USA beispielsweise wurde 1979 eigens dafür ein Programm entwickelt, das "Rational Number Project" (RNP), das sowohl das Lernen der Kinder im Bereich rationaler Zahlen als auch die entsprechenden Konzepte von Lehrern darüber extensiv untersucht. Darüber hinaus gibt es ein weiteres Programm für den Mathematikunterricht der Mittelstufe, das explizit die Beziehung zwischen mathematischen Konzepten und ihrer Anwendung betont und besonders auf den Einsatz von Unterrichtsmaterial Wert legt ("Connected Mathematic Project").

International wird die Thematik der Proportionalität erst im Mathematikunterricht der Mittelstufe explizit und intensiv behandelt. Hier steht vor allen Dingen der numerisch symbolische Umgang mit proportionalen Problemen im Vordergrund, die ganz explizit visuell graphische und tabellarische Zuordnungen sowie Zuordnungsvorschriften in der Form " y = m x + b" verlangen (im Bayerischen Lehrplan beispielsweise in der 7. Klasse). In den USA wird Proportionalität innerhalb des Systems der rationalen Zahlen integriert eingeführt und auf mindestens zwei Jahre aufgeteilt. Die Bedeutung, die diesem Konzept zukommt, wird durch folgendes Zitat des NCTM Plans (National Council of Teachers of Mathematics, 1998, S. 213) verdeutlicht: *"One of the hallmarks of the middle grades mathematics program should be the development of facility with proportional reasoning. Proportional reasoning permeates the entire middle grades curriculum, is a key integrative thread that connects most of the mathematics topics studied in the middle grades, and can be developed in several areas of mathematics. Proportional reasoning involves much more than setting two ratios equal and solving for a missing term. Critical development points in grades 6-8 include work with ratios and proportions, percent, similarity, scaling, linear equations, area, volume, data distribution, and probability."* Dieses Zitat verdeutlicht nicht nur den zentralen Stellenwert, der proportionalem Denken zugeschrieben wird, sondern betont nochmals die Verflechtungen dieser Kompetenz mit anderen Konzepten, die simultan bzw. schon früher erworben werden.

Obwohl Proportionalität an sich erst in der Mittelstufe explizit Thematik des Curriculums ist, werden im Grundschulunterricht schon Grundlagen dafür gelegt. Dies wird in zwei Bereichen sichtbar: Zum einen gilt es, die arithmetischen oder operationalen Fähigkeiten, die für das Lösen proportionaler Probleme nötig sind, zu trainieren, d.h. die Fähigkeit der Multiplikation, Division und für bestimmte Verhältnisse, die nicht ganze Zahlen ergeben, auch das Bruchrechnen. In den Curricula der meisten deutschen Bundesländer wird das Bruchrechnen erst mit der fünften Klasse eingeführt, während Multiplikation und Division schon ab der zweiten Klasse intensiv geübt werden (siehe z.B. Berliner Senatsverwaltung, 1991). Man kann also davon ausgehen, dass Kinder spätestens ab der zweiten Klasse die arithmetischen Voraussetzungen haben, mit bestimmten Zahlenverhältnissen proportional zu operieren.

Der zweite Bereich, in dem Grundlagen für proportionales Denken geübt werden, bilden die Problemsituationen, in denen proportionales Denken bzw. Vorformen (kovariate Beziehungen) thematisiert werden und für die die Relevanz dieses Konzeptes erkannt werden muss. Dazu zählen im Elementarschulunterricht Skalierungen, beispielsweise wenn Geldeinheiten, Zeiteinheiten, Längen oder Gewichte von einer Einheit in eine andere umgerechnet werden. Dies sind Problemsituationen, die den Kindern vertraut sind, der Umgang mit ihnen, das Umwandeln in eine andere Einheit, ist für den Grundschüler sinnvoll, weil natürlich. Handlungen mit diesen Größenbereichen und ihre Umwandlung sind auch bereits ab der zweiten Klasse vorgesehen, wobei explizit gefordert wird, mit Längenangaben zu rechnen, u.a. zu vervielfachen (Berliner Senatsverwaltung, 1991). Mathematische Operationen und situationsbezogene Anwendungen dieser Vorformen proportionalen Denkens werden also simultan eingeführt und miteinander verbunden. Hoffer und Hoffer (1988) schlagen beispielsweise vor, den Umgang mit Kovariationen einfach zu beginnen, etwa so dass der Lehrer vorgibt, dass 1 Nickel äquivalent zu 5 Pennies sind, 2 Nickel äquivalent zu 10 Pennies und der Schüler dann die Reihe fortsetzen soll: 3 Nickel sind äquivalent zu ? Pennies.

Zur Vermittlung dieser Grundfertigkeiten proportionalen Denkens, der Multiplikation und dem Skalieren von Größen, werden bevorzugt Tabellen oder ein Zahlenstrahl eingesetzt. Der Rahmenplan von Berlin (Berliner Senatsverwaltung, 1991, S. 8) betont ausdrücklich, multiplikative Beziehungen und Vorstellung über den Einsatz von mindestens zwei Arbeitsmitteln aufzubauen (z.B. Vervielfachungsaufträge im Umgang mit Material, fortgesetzt addieren, in Schritten zählen, am Zahlenstrahl arbeiten). Nach dem Üben von dieser Art der Kovariation sieht der Berliner Rahmenplan vor, dass ab Klasse 3 Preise geordnet und Preislisten erstellt werden sollen. Dazu gehört es, Preisangaben zu vergleichen und ihrem Wert nach zu ordnen (Berliner Senatsverwaltung, 1991, S. 19). Explizit wird der Vergleich von Maßeinheiten in Klasse 3 auch bei der zeitlichen Skalierung verlangt. In der vierten Klasse schließlich sollen auch Gewichte verglichen und (eindimensional) geordnet werden. Dazu wird vorgeschlagen, Balkenwaagen oder Tafelwaagen als Arbeits- oder Veranschaulichungsmittel (zum Vergleich der Gewichte) einzuführen.

Es bleibt also festzuhalten, dass Kinder in den Berliner Grundschulen schon kontinuierlich mit Vorformen proportionalen Denkens, nämlich mit Kovariationen, konfrontiert werden. Bis zur vierten Klasse lernen sie, in verschiedenen Kontexten (Zeit, Länge, Gewicht, Währung) Maßeinheiten zu benutzen, zu vergleichen und zu skalieren; sie haben also Training in Aufgaben, die der Fisch-Futter-Untersuchung von Piaget und Kollegen (1977) ähneln. Der Vorwurf, dass proportionales Denken zum einen isoliert in den Schulbüchern behandelt wird und zu wenig Bezug zu den eingangs schon erwähnten Konzepten wie Brüche, Prozentzahlen und Skalierungen nimmt (Streefland, 1985; Vergnaud, 1988), kann also für die Vermittlung der Vorformen dieses Konzeptes in der Grundschule nicht gelten.

Was diese Aufgaben im Lehrplan der Elementarstufe allerdings nicht oder nur eingeschränkt leisten, ist, einen direkten Bezug zwischen Elementen beider Dimensionen als ein Verhältnis herzustellen (wie beispielsweise das Konzept Geschwindigkeit per se aus Weg und Zeit Sinn macht), um sich damit dem Vergleich von Verhältnissen (dem korrekten multiplikativ-proportionalem Schlussfolgern) anzunähern. Mit den oben genannten Aufgaben sind nur Konstruktionsberechnungen sinnvoll (etwa wenn gefragt wird, wie viele Minuten zwei Stunden entsprechen, wenn 60 Minuten einer Stunde entspricht) und kein Vergleich von zwei Verhältnissen. Wie oben ausgeführt besitzen junge Kinder in der Grundschule jedoch durchaus schon die Kapazität mit anspruchsvolleren Aufgaben umzugehen, in denen das Verhältnis explizit betont wird, wie etwa bei Geschwindigkeiten. Es stellt sich dann die Frage, ob Kinder nicht schon früher gefordert werden können – sollen, explizit mit dem Vergleich von Verhältnissen zu arbeiten.

Ein weiterer Punkt fällt auf, wenn man das Curriculum im Fach Mathematik der Grundschule betrachtet. Außer der Verwendung von Zahlenstrahl, Tabellen und real existierenden Objekten (z.B. Äpfel, die multipliziert und geteilt werden können) wird kaum auf konkrete, manipulierbare Repräsentationsformen wie z.B. die Balkenwaage zur Vermittlung neuer anspruchsvollerer Konzepte zurückgegriffen. Und dies, obwohl in den Curricula explizit darauf hingewiesen wird, neue Konzepte unter Verwendung diverser Arbeitsmittel einzuführen. Im Bayerischen Lehrplan beispielsweise wird durch folgendes Zitat Wert auf das Anknüpfen der Erfahrungswelt des Kindes gelegt: *"Der Mathematikunterricht knüpft an die Erfahrungen der Schüler an. Er weckt durch Spiel, handelnden Umgang mit Dingen und den Einsatz von Arbeitsmitteln die Freude am eigenen Tun und führt so an vielfältige und interessante Fragestellungen und Lösungsformen heran. Der Unterricht verbleibt in der Grundschule wesentlich im Bereich des Anschaulichen. Formalisierungen sollen behutsam vorgenommen werden. Sie müssen der Altersstufe und Klassensituation angemessen sein."* (Bayerisches Staatsministeriums für Unterricht und Kultus, 1981, S. 589). Die Verwendung einer Balkenwaage wird zwar schon explizit für den Mathematikunterricht der vierten Klasse im Rahmenplan der Berliner Schulen anvisiert, jedoch wird ihr Potential offensichtlich wesentlich unterschätzt, indem sie lediglich als konkrete Verdeutlichung des Gewichtskonzeptes (nur eine Dimension) vorgeschlagen wird. In Kapitel 5 wird erläutert, welches Potential sich im Umgang mit der Balkenwaage (und anderer Repräsentationsformen) für die Entwicklung des Proportionalitätskonzeptes ergeben kann.

4.7 Zusammenfassung

Die obigen Ausführungen machen deutlich, dass proportionales Verständnis sowohl für den Alltag als auch als Grundlage des Verständnisses vieler naturwissenschaftlicher Konzepte Bedeutung hat. Die Entwicklung dieses Verständnisses vollzieht sich über einen längeren Zeitraum; schon Vorschulkindern werden einfache Formen proportionalen Denkens zugeschrieben, aber selbst Jugendliche zeigen oft noch große Defizite. Diese Defizite liegen oft in der Missachtung der proportionalen Problemstruktur und damit in der Verwendung der falschen, additiven Strategie.

Die in diesem Kapitel beschriebenen Studien lassen den Schluss zu, dass sich proportionales Verständnis über einen längeren Zeitraum hinweg entwickelt und dass schon junge Kinder mit guten "protorationalen" Fähigkeiten ausgestattet sind. Wenn also schon Kinder vor Beginn der Grundschule ein (protoquantitatives) Basisverständnis für Proportionalität aus ihren Alltagserfahrungen erworben haben, warum wird dies dann in der Schule häufig nur unzureichend genutzt, so dass selbst vielen Erwachsenen mangelnde Kenntnis attestiert wird (z.B. Hoffer & Hoffer, 1988)? Warum fallen Kinder, die vor der schulischen Instruktion proportional argumentiert haben, bei einer geforderten Quantifizierung zurück in additive (und damit inkorrekte) Strategien? Eines der Kernprobleme scheint darin zu liegen, dass der korrekte (multiplikative) Umgang mit proportionalen Verhältnissen oftmals nicht bewusst gelernt wird, so dass das additive Misskonzept – wenn auch verborgen – noch über einen längeren Zeitraum weiterbesteht.

Die theoretischen Annahmen Resnick und Singers (1993) zur Entwicklung mathematischer Konzepte lassen eine Lösung dieses Problems, d.h. eine Förderung quantitativen proportionalen Verständnisses, in der sinnvollen bzw. sinn-machenden Verknüpfung zwischen diesem früh erworbenem (protoquantitativem) Verständnis, das sich auf den Umgang mit physikalischen Objekten stützt, und dem beginnenden numerischen Verständnis, das in der schulischen Instruktion gefördert wird, vermuten. Diese Überlegungen, verbunden mit den unter Kapitel 3 entwickelten Annahmen zur Bedeutung externer Repräsentationen, lassen den Schluss zu, dass ein aktiver, als sinnvoll erlebter Umgang mit physikalischen Objekten und anderen Repräsentationsformen, die eine Quantifizierung eben dieses proportionalen Konzeptes erlauben, zu einer sinnvollen Verknüpfung zwischen dem protoquantitativen Verständnis und dem beginnenden numerischen Verständnis führen kann. Externe Repräsentationsformen, die proportionale Situationen abbilden, können direkt die relevanten Problemstrukturen explizieren und somit zu der Beachtung der proportionalen Situation führen.

EMPIRISCHER TEIL

5. Die Förderung proportionalen Denkens anhand dreier Repräsentationsformen

5.1 Schlussfolgerungen aus den theoretischen Ausführungen

Aus den theoretischen Ausführungen in den letzten Kapiteln können folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

1) Repräsentationsformen, vor allen Dingen Logische Bilder wie Diagramme und Graphen, können sehr hilfreich für die Informationsvermittlung sein (Kapitel 1). Für den geübten Anwender haben sie nicht nur das Potential, komplexe, häufig abstrakte Sachverhalte durch einfache räumliche Anordnungen darzustellen (Mittel zur Extension des Gedächtnisses), sie können zudem als Problemlösewerkzeuge verwendet werden, mit denen - unter Beachtung bestimmter Regeln - Lösungen schnell generiert und effizient abgelesen werden können.

2) Der Nutzen von Repräsentationsformen wird häufig unterschätzt. In Kapitel 2 wurde argumentiert, dass Logische Bilder, also vor allem abstrakte Repräsentationsformen, in der Literatur häufig unterschätzt werden – und zwar in zweierlei Hinsicht. Ein Punkt betrifft das Einsatzgebiet von Repräsentationsformen. Sie werden häufig entweder als "Problemlösewerkzeug" untersucht, mit denen - meist auch anderweitig lösbare - Aufgaben schneller und effektiver bearbeitet werden können. Oder sie werden – neben anderen Mitteln wie Texten - genutzt, um Informationen in einem neuen Inhaltsgebiet zu erwerben. Für beide Bereiche wird ihr Potential nicht voll ausgeschöpft, da sie meist nur als zusätzliches Mittel Wissenserwerb oder Problemlösen erleichtern sollen. Es drängt sich jedoch die Frage auf, ob Repräsentationsformen mit ihren vorteilhaften Eigenschaften nicht auch für kognitiv anspruchsvollere Aufgaben genutzt werden können, beispielsweise als aktives Werkzeug für den Umgang mit Misskonzepten. Ein solches Misskonzept, das durch die ganze Schulzeit hindurch eine wichtige Rolle spielt, liegt im Bereich des proportionalen Denkens (Kapitel 4).

Ein zweiter Aspekt, hinsichtlich dessen Repräsentationsformen unterschätzt werden, betrifft das Anwendungsalter. So gibt es kaum Untersuchungen darüber, wie effektiv und hilfreich abstrakte Repräsentationsformen bereits für junge Kinder sein können. Graphen beispielsweise werden in der Schule frühestens ab der sechsten Klasse eingeführt. Untersuchungen zur Effizienz dieser Formen werden meist nur mit Jugendlichen und Studenten durchgeführt. In Anbetracht des großen Nutzens, den diese Repräsentationsform hat, und im Hinblick auf ihre breite Anwendung in formalen Disziplinen wie der Ökonomie oder den Naturwissenschaften stellt sich dann die Frage, ob sich der

Umgang mit diesen Repräsentationsformen nicht bereits früher, z.B. im Grundschulalter, üben und effektiv nutzen lässt.

Diese Überlegungen führten zu der Konzipierung einer Studie, in der der Einfluss externer Repräsentationsformen (wie einem Koordinatensystem mit dem Graphen einer linearen Funktion) für die anspruchsvolle Aufgabe des Konzeptwechsels untersucht wird – und zwar bereits im Grundschulalter. Da in Kapitel 2 auch die Bedeutung der Beschaffenheit der Repräsentationsformen (Abstraktheit) für ihre Eignung diskutiert wurde, sollen in dieser Studie explizit drei verschiedene Repräsentationsformen miteinander verglichen werden, die sich auf dieser Dimension unterscheiden.

Da die Verwendung von Repräsentationsformen als Werkzeug im Vordergrund dieser Studie steht, wurde ihre Wirksamkeit für den Konzeptwechsel unter einer theoretischen Perspektive diskutiert, der Situierten Kognition, die dem Kontext und damit auch den Repräsentationsformen einen erhöhten Stellenwert zuweist. Unter der Voraussetzung, dass die Funktionsweise von Repräsentationsformen verstanden wird und ihr Bezug zum Problemkontext klar ist, können Repräsentationsformen für Konzeptwechsel hilfreich sein, indem sie die relevanten Strukturen einer Situation verdeutlichen und damit auf Interpretationen der Problemsituation verweisen, die unter Umständen im Widerspruch zu bisherigen Annahmen (Misskonzept) stehen. Sie können somit zum einen als Medium dienen, an dem ein kognitiver Konflikt wahrgenommen wird, und zum andern als Medium, das auch eine Lösung dieses Konfliktes ermöglicht.

Ziel der folgenden Punkte ist es, unterschiedliche externe Repräsentationsformen im Hinblick auf ihre Visualisierungspotenz für proportionale Probleme zu charakterisieren und basierend auf den unterschiedlichen Handlungsmöglichkeiten, die sie anbieten (Affordances), ihre Möglichkeiten für die Überwindung des proportionalen Misskonzepts zur Diskussion zu stellen. Aufbauend auf den in Kapitel 3 diskutierten Annahmen, wonach externe Repräsentationen generell hilfreich für den erfolgreichen Umgang mit Misskonzepten sein können, ist es das Ziel dieses Abschnittes, die Beziehung zwischen einer proportionalen Problemsituation und spezifischen Affordances dreier Repräsentationsformen näher zu beleuchten. Es soll deutlich werden, dass unterschiedliche Repräsentationsformen trotz Äquivalenz der Möglichkeit, eine proportionale Problemsituation darzustellen, durch ihre unterschiedlichen Handlungsangebote unterschiedliche Stärken für den Umgang mit dem proportionalen Misskonzept haben können. Vor dem Hintergrund dieses Ansatzes soll dann in den nächsten Kapiteln eine Trainingsstudie vorgestellt werden, die den Einfluss von drei unterschiedlichen Repräsentationsformen auf die Überwindung eines proportionalen Misskonzeptes untersucht.

5.2 Repräsentationsformen zur Abbildung proportionaler Verhältnisse

In Kapitel 4 wurde deutlich, dass der kritische Punkt bei der Verwendung des additiven Misskonzeptes bei proportionalen Problemen in der Nichtbeachtung der multiplikativen Strukturen zwischen zwei Verhältnissen liegt. Wie in Kapitel 3 schon ausgeführt, können externe Repräsentationsformen bei der Überwindung dieses Misskonzeptes helfen, indem sie die relevanten proportionalen Strukturen explizieren. Dafür sollen zunächst zwei verschiedene Repräsentationsformen vorgestellt werden: ein Kartesisches Koordinatensystem mit dem Graphen einer linearen Funktion und eine speziell konzipierte Balkenwaage. An beiden Repräsentationsformen kann die Beziehung zwischen proportionalen Verhältnissen dargestellt werden, sie unterscheiden sich aber in ihren spezifischen Affordances, d.h. darin, welche Möglichkeiten zu Aktivitäten (auch kognitiven Aktivitäten) sie anbieten. Sie bilden die entgegengesetzten Extreme der Möglichkeiten konkreter bzw. abstrakter Repräsentationswerkzeuge, die in Kapitel 2.6 angesprochen wurden.

5.2.1 Das Kartesische Koordinatensystem mit dem Graph einer Funktion

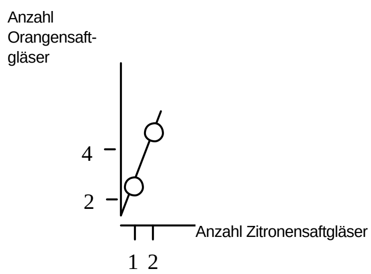
Allgemeines

Wie in den vergangenen Kapiteln schon angedeutet, ist die Repräsentationsform der Wahl für die Abbildung der Beziehung zwischen zwei Dimensionen - und damit für die Darstellung proportionaler Problemsituationen - das Kartesische Koordinatensystem mit dem Graphen einer linearen Funktion. In Anlehnung an die Bezeichnung dieser Repräsentationsform im anglo-amerikanischen Sprachraum soll im Folgenden auch kurz von Graph gesprochen werden. Die Besonderheit dieser Visualisierungsform besteht darin, dass sie vor nicht allzu langer Zeit erst eingeführt wurde. Es ist eine typische kulturell entwickelte Form, die von den Ökonomen Lambert und Playfair in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts explizit zur Visualisierung der Beziehung zweier Dimensionen, nämlich der Darstellung von Wirtschaftwachstumsdaten, kreiert wurde (siehe Tufte, 1983).

Visualisierung proportionaler Verhältnisse

Wie kann nun der Graph helfen, die Beziehung zwischen den beiden Dimensionen eines Verhältnisses darzustellen, und welche "Regeln" müssen beachtet werden? Für die Visualisierung von Verhältnissen werden die Werte der beiden beteiligten Dimensionen an den Achsen abgetragen. Die Interpretation ihrer Beziehung ergibt sich aus der Koordinate der beiden entsprechenden Werte, welche bei linearen Beziehungen durch den Grad der Steigung ermittelt wird.

Die multiplikative Beziehung zwischen zwei zueinander proportionalen Verhältnissen wird dann ebenfalls durch ihre Steigung explizit visualisiert. Sind zwei Verhältnisse zueinander proportional, so besitzen sie die gleiche Steigung. Bei Verhältnissen unterschiedlicher Steigung hat das Verhältnis, das durch die steilere Steigung dargestellt wird, einen relativ größeren Anteil der an der Ordinate abgetragenen Dimension. Abbildung 5-1 verdeutlicht diese Interpretationsregel eines Graphen am Beispiel eines Saftmischkontextes (siehe auch Anhang I-1).



Konvention: Wenn die Koordinaten von zwei Verhältnissen die gleiche Steigung besitzen, sind die Verhältnisse zueinander proportional.

Umgangssprachliche & kontextbezogene Interpretation: Zwei Saftmischungen, deren Punkte auf der gleichen Linie liegen, schmecken gleich.

Abbildung 5-1: Schematische Darstellung, wie der Graph zur Abbildung einer Saftmischsituation interpretiert werden kann

Da es sich bei dem Graphen um eine erst junge, im kulturellen Kontext entwickelte Darstellungsform handelt, sind diese arbiträren Konventionen zur Interpretation des Graphen für Novizen nicht ohne weiteres intuitiv erschließbar. Zwar gibt es Hinweise dafür, dass junge Kinder noch vor dem Einsetzen schulischer Instruktion bereits konsistente Schlussfolgerungen bei der Deutung von Graphen ziehen, jedoch scheinen diese nicht notwendigerweise allein auf einer intuitiv korrekten Interpretation des relevanten Steigungsparameters des Graphen zu basieren. Näheres dazu soll unter Punkt 5.3 erläutert werden.

Besondere Eigenschaften der Repräsentationsform

Obwohl die Funktionsweise des Graphen nicht leicht intuitiv zu erfassen ist, handelt es sich um ein vielseitig einsetzbares, effizientes Hilfsmittel für die Darstellung der Beziehung zwischen zwei Dimensionen. Diese Vorteile wurden bereits in Kapitel 1 ausführlich erläutert. Sie betreffen seine Nutzungseffizienz, d.h. aufgrund der simultanen Darstellung der Information können die Daten schnell und effizient abgelesen werden. Des weiteren bieten Graphen auch die Möglichkeit, Informationen unterschiedlicher Komplexität (Ablesen 1., 2., 3. Ordnung nach Wainer, 1992) relativ einfach abzubilden, und sie besitzen dank ihrer abstrakten kontextunabhängigen Struktur den Vorteil, auf verschiedenste Inhaltsgebiete breit transferierbar zu sein. Dementsprechend unerlässlich und breit ist auch der Einsatz des Graphen zur Darstellung wissenschaftlicher Daten.

5.2.2 Die Balkenwaage

Allgemeines

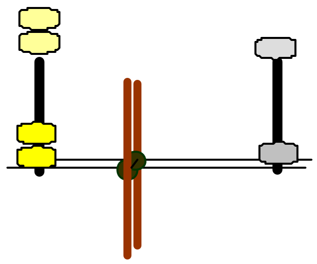
Eine zweite externe Repräsentationsform, die auch zur Darstellung proportionaler Verhältnisse genutzt werden kann, ist die Balkenwaage. Bei der hier vorliegenden, selbst entwickelten Form der Balkenwaage (siehe Anhang I-3) handelt es sich (etwa im Gegensatz zur der von Piaget und Siegler verwendeten statischen Form) um einen Balken, der um einen Drehpunkt verschiebbar ist und an dessen beiden Enden sich ein Stab befindet (siehe Abbildung 5-2). Ein Verhältnis kann visualisiert werden, indem die Werte der beiden Dimensionen eines Verhältnisses durch die entsprechende Anzahl von Gewichten (hier z.B. Muttern) auf die beiden Stäbe gesteckt werden. Die Anzahl der Gewichte auf der einen Seite symbolisieren den Wert der einen Dimension, die Anzahl der Gewichte auf der anderen Seite den Wert der zweiten Dimension des Verhältnisses.

Für gewöhnlich wird die Balkenwaage auf diese Weise nicht für den Vergleich zwischen Verhältnissen genutzt. In der Schule dient sie meist nur zur Visualisierung des Gewichtskonzepts. Auf der anderen Seite ist ihre Verwendung als Instrument zur Evaluierung korrekten proportionalen Denkens (als Indiz formal-operatorischer Strukturen) von Piaget und Siegler bekannt (vergleiche Kapitel 4.5). Sie wird dort jedoch nicht nur mit einem anderen Ziel (dort Evaluierung proportionaler Fähigkeiten, hier Hilfe bei der Entwicklung dieser Fähigkeiten), sondern auch in unterschiedlicher Bauart verwendet. Der Vorteil der hier entwickelten Form liegt darin, dass sowohl die Beziehung zwischen zwei Verhältnissen als auch simultan die Beziehung zwischen den zwei Dimensionen innerhalb eines Verhältnisses deutlich wird (siehe nächster Abschnitt). Zudem kann der Nutzer durch die Möglichkeit, den Balken eigenständig zu verschieben, selbst die Visualisierung der unterschiedlichsten Verhältnisse herstellen.

Visualisierung proportionaler Verhältnisse

Wie kann nun die Balkenwaage genutzt werden, um proportionale Verhältnisse darzustellen, und welche "Regeln" ihrer Funktionsweise müssen beachtet werden? Für die Visualisierung von zunächst einem Verhältnis werden die Werte der beiden beteiligten Dimensionen durch entsprechende Gewichte (z.B. Muttern) an den zwei Stäben des Balkens aufgesteckt. Die Interpretation ihrer Beziehung ergibt sich aus dem Balancezustand des Balkens. Befindet sich der Drehpunkt des Balkens in der Mitte zwischen den beiden Stäben, so deutet die Balance auf die Äquivalenz der Werte der beiden Dimensionen, während ein Senken des Balkens zu einer Seite die höhere Gewichtung der entsprechenden Dimension aufzeigt. Wird beispielsweise ein Verhältnis aus einer 2-(Einheiten)-Orangensaft-1-(Einheit)-Zitronensaft-Mischung abgebildet, so würde durch ein Senken der Seite mit den Werten für den Orangensaft der relativ höhere Orangensaftanteil aufgezeigt werden.

Der Vergleich von zwei Verhältnissen wird ermöglicht, indem nach dem Stecken des ersten Verhältnisses der Balken durch entsprechende Verschiebungen in Balance gebracht wird. Steckt man dann die Werte des zweiten Verhältnisses auf die so eingestellte Balkenwaage (siehe Abbildung 5-2) deutet eine gleichbleibende Balance Proportionalität der Verhältnisse an (in obigem Beispiel etwa bei einem 4 : 2-Verhältnis), während das Senken zu einer Seite Nicht-Proportionalität zeigt. Das zweite Verhältnis weist dann - verglichen mit dem ersten Verhältnis - einen relativ höheren Anteil der Dimension auf der gesunkenen Seite auf.



Konvention: Wenn der Balken in Balance bleibt, sind zwei Verhältnisse zueinander proportional.

Umgangssprachliche & kontextbezogene Interpretation: Zwei Saftmischungen schmecken gleich, wenn der Balken in Balance *bleibt*.

Abbildung 5-2: Schematische Darstellung, wie die Balkenwaage zur Abbildung einer Saftmischsituation interpretiert werden kann

Zwar ist auch die Balkenwaage in dieser Form Grundschülern unbekannt, doch kann davon ausgegangen werden, dass ihre Funktionsweise leichter erfahr- und interpretierbar ist als die des Graphen. So ist das zentrale Konzept der Balance Kindern, die Umgang mit einer Wippe auf einem Spielplatz hatten, wohl vertraut. Die Seite mit dem schwereren Gewicht senkt sich. Es ergibt sich leicht die intuitive Interpretation, der schwereren Seite mehr Gewicht, mehr Größe, mehr Wert beizumessen. Nach den theoretischen Ausführungen von diSessa (1993) handelt es sich bei dem Konzept der Balance und des Äquilibriums zudem um ein sogenanntes p-prim, ein "phänomenological primitive". Dies sind kleine hypothetische Wissensstrukturen, Schemata, die als *"intuitive Äquivalente von physikalischen Gesetzen"* (diSessa, 1993, S. 112, Übersetzung der Verfasserin) genutzt werden, mit denen sich ein Laie die Welt erklärt. Sie sind für das Kind selbsterklärend und bedürfen keiner weiteren Rechtfertigung. Diese Eigenschaft der Balkenwaage mag bei der Abbildung proportionaler Verhältnisse eine leichtere intuitive Interpretierbarkeit ihrer Funktionsweise zur Folge haben als beim Graphen. Darüber hinaus kann auch die konkretere Darstellung der Größen (jede Einheit wird mit einem eigenen Gewicht dargestellt) Vorteile für die Interpretierbarkeit der Repräsentationsform gegenüber einer formal-symbolischen Darstellung der Größen in einem Graphen durch Zahlen haben.

Besondere Eigenschaften der Repräsentationsform

Neben der vermuteten leichteren Interpretierbarkeit der Balkenwaage aufgrund der Verwendung des Balance-Konzeptes und der Verwendung konkreter Größen zeichnet sich diese Repräsentationsform gegenüber dem Graphen noch durch eine weitere Besonderheit aus, ihre physische

Manipulierbarkeit. Diese Eigenschaft ermöglicht nicht nur ein aktives Ausprobieren der Form, sondern auch das Verfolgen von Effekt-Wirkungs-Sequenzen, das die Verständlichkeit der Funktionsweise der Form selber erhöht. Dass die physische Manipulierbarkeit einer Repräsentationsform erhebliche Vorteile für ein sich entwickelndes konzeptuelles Verständnis birgt, wird nicht nur in der Didaktik der Naturwissenschaften breit diskutiert. Als Beispiel sollen nur Carter, Westbrook und Thompkins (1999) erwähnt werden, die der aktiven Manipulation einer Repräsentationsform für den Erwerb des Verständnisses eines elektrischen Stromkreises einen enormen Stellenwert zusprechen. Ebenso konnten Juraschek und Grady (1981) demonstrieren, dass gerade für proportionale Fähigkeiten (bei Piaget Aufgaben) die Möglichkeit zum aktiven Umgang mit der Balkenwaage einen enormen Effekt auf die Leistung hatte.

Wie oben schon erwähnt, kann sich auch die Verwendung konkreter Größen als vorteilhaft für das Herstellen eines Bezugs zum aktuellen Problemkontext erweisen. Um diesen Bezug noch weiter zu erhöhen, wurde auf den (um den Drehpunkt) verschiebbaren Balken eine Skalierung angebracht, die mittels aufgezeichneter Werte (z.B. 2|1) die Stelle markiert, bei der der Balken mit dem entsprechenden Gewichtsverhältnis in Balance steht. Diese Skalierung wurde farbig hinterlegt, so dass sie von dem Stab der Zitronensaftgewichte zu dem Stab mit den Orangensaftgewichten graduell gelbintensiver wurde.

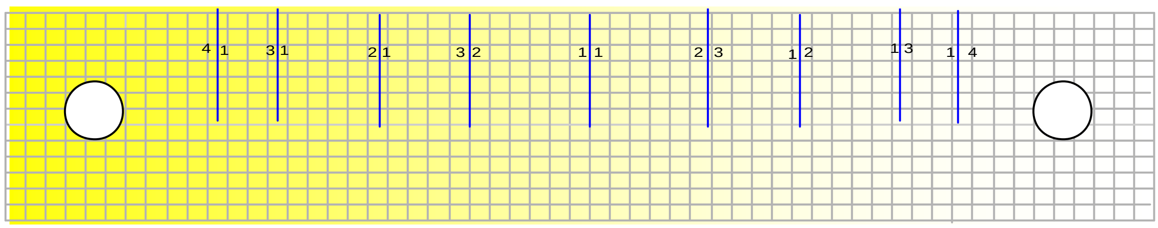


Abbildung 5-3: Darstellung der kolorierten Skalierung des Balkens der Balkenwaage

5.2.3 Das Kontextualisierte Koordinatensystem mit dem Graph einer Funktion

Bei einem Vergleich der beiden vorgestellten Repräsentationsformen fällt auf, dass der Graph zwar für einen geübten Nutzer viele Vorteile hat (siehe Kapitel 1), aber die Voraussetzungen des erfolgreichen Umgangs mit ihm für einen Novizen aufgrund der schwierigen Interpretierbarkeit und des fehlenden Kontextbezuges nicht so leicht zu erfüllen sind. Gefordert ist dann eine Repräsentationsform, die die positiven Eigenschaften des konventionellen Graphen beibehält, jedoch die Informationen auf einem mittleren Abstraktionsniveau darstellt, ähnlich wie die Thinker Tools von White (1993).

Daher wurde für diese Studie eine dritte Repräsentationsform entwickelt, ein "kontextualisierter" Graph, der die Vorteile des Graphen mit erleichterter Interpretierbarkeit und deutlicherem Kontextbezug (in diesem Falle eine Orangensaft-Zitronensaft-Mischsituation) verbinden sollte. Zusätzlich zu den Eigenschaften des konventionellen Graphen wurden in diese Repräsentationsform zwei Elemente des aktuellen Problemkontextes eingebaut. Dabei handelt es sich um die explizite Visualisierung der Bedeutung der Koordinatenpunkte, indem in einige Kästchen die entsprechende Anzahl an Orangensaft- und Zitronensaftgläsern eingemalt wurden. Auf diese Weise sollte die Bedeutung der Koordinatenpunkte als Verbindung (Mischung) der beiden Dimensionen (Anzahl der Orangensaftgläser und Anzahl der Zitronensaftgläser) in dem Graphen explizit visualisiert und somit zum einen die Interpretation der Elemente des Graphen erleichtert und zum anderen ein expliziter Bezug zum Problemkontext der Saftmischung hergestellt werden.

Die zweite Einführung bezieht sich auf die Farbe des Hintergrundes, der von der Abszisse (Zitronensaftachse) zur Ordinate (Orangensaftachse) graduell orangegelb-intensiver gestaltet wurde. Damit wird die Interpretation der Steigung des Graphen erleichtert. Die steilere von zwei Linien repräsentiert (in diesem Beispielkontext) einen intensiveren Orangengeschmack, was durch die stärker orange-gelbliche Hintergrundfarbe der steileren Steigung zusätzlich verdeutlicht wird: je steiler die Steigung, desto gelber der Hintergrund, desto orangiger der Geschmack. Anhang I-2 zeigt einen Kontextualisierten Graphen.

5.3 *Affordances* der drei Repräsentationsformen

Im vergangenen Abschnitt wurde großer Wert auf die Charakterisierung der drei einzelnen Repräsentationsformen gelegt, weil angenommen werden kann, dass die (kognitiven) Aktivitäten, zu denen eine bestimmte Repräsentationsform auffordert und die hilfreich im Umgang mit dem proportionalen Misskonzept sind, durch die genannten Eigenschaften der Repräsentationsform beeinflusst werden. Löst beispielsweise die Balkenwaage bei einem Schüler die Aktivität des Ausprobierens der Balance mit verschiedenen Gewichten aus, so fördert die Manipulierbarkeit der Waage selber das Verständnis der Ursache-Wirkung-Mechanismen, also der Funktionsweise der Repräsentationsform. Das Handeln mit konkreten Größen (wie den Muttern), die in bestimmten

Merkmalen mit denen der Problemsituation korrespondierten (Kolorierung), kann dann zusätzlich als Einbettung dieser Aktivität in den aktuellen Problemkontext erfahren werden.

In einem Trainingsexperiment sollen nun die drei vorgestellten Repräsentationsformen bezüglich ihres Einflusses auf die Überwindung eines proportionalen Misskonzeptes miteinander verglichen werden. Der Vergleich eines Proportionstrainings mit drei verschiedenen Repräsentationsformen trägt auch methodologischen Aspekten Rechnung. So argumentieren Haager und Hasselhorn (1998), dass der Einfluss eines Trainings nur dann sinnvoll interpretiert werden kann, wenn es mit einer Intervention verglichen wird, die das gleiche Lernziel verfolgt, bestimmte selektive Vorteile erwarten lässt, und in sich optimal durchgeführt wird. Daher werden in diesem Experiment explizit die drei Repräsentationsformen miteinander verglichen (und nicht etwa mit einem Training ohne Repräsentationsform) und so eingeführt, dass jede in sich optimal gefördert wird.

Es ist angestrebt, jede Repräsentationsform so optimal wie möglich einzuführen, aber dennoch eine Vergleichbarkeit der Trainingssituation zu gewährleisten, etwa durch die gleiche Strukturierung der Aufgabenabfolge (siehe Kapitel 6). Dieses Trainingsexperiment zeichnet sich also dadurch aus, dass es den Vergleich dieser spezifischen Repräsentationsformen mit einem experimentellen Ansatz verbindet. Da das Ziel dieses Trainingsexperimentes der Vergleich der Effektivität dreier spezifischer Repräsentationsformen für den Konzeptwechsel ist, kann daher nicht der Einfluss einer isolierten Variable, etwa physikalische Manipulierbarkeit, untersucht werden. Es ist wird häufig argumentiert, dass der Anspruch der Variierung einer isolierten Variablen gerade bei Trainingsexperimenten in vielen Fällen weder möglich noch sinnvoll ist. Dennoch werden auch Aussagen über die einzelnen Repräsentationsformen hinweg angestrebt. Da nicht alle Aspekte der drei Repräsentationsformen experimentell variiert wurden, mussten umfassendere Dimensionen gefunden werden, die eine Klassifizierung der Repräsentationsformen erlaubten – und die zudem als relevant für den effektiven Umgang mit Repräsentationsformen für den Konzeptwechsel erachtet werden.

Dabei handelt es sich um die "Intuitive Verständlichkeit" und den "Bezug zu proportionalen Problemen", zwei Merkmale, die sich als zentral für die effektive Nutzung von Repräsentationsformen für den Wissenserwerb herausstellten (siehe Kapitel 3). Wie sich die drei Repräsentationsformen in diesen zwei Punkten unterscheiden, soll in den folgenden Punkten geklärt werden.

5.3.1 Bezug zu proportionalen Problemen

In dem Maße, in dem die zugrunde liegende proportionale Problemstruktur sowohl in der aktuellen Problemsituation als auch in der Repräsentationsform erkannt wird, kann die Repräsentationsform als Verstärker und Mediator des erfolgreichen Umgangs mit der Problemsituation dienen. In Bezug auf diese Eigenschaft kann man davon ausgehen, dass sowohl bei der Balkenwaage als auch bei dem Kontextualisierten Graph in etwa gleichem Maße Manipulationen vorgenommen wurden, die in dem Umgang mit der Repräsentationsform einen direkten Bezug zu der Problemsituation erlauben. In beiden Repräsentationsformen fördert die graduelle Intensivierung der orange-gelben Farbe (auf der Skalierung des Balkens oder als Hintergrund des Graphen) die Interpretation von Balkenwaage und Kontextualisiertem Graphen in der Problemsituation. Für die Balkenwaage gilt: Je näher der Drehpunkt an der Seite mit den Gewichten (für den Orangensaft) stehen muss, damit er in Balance bleibt, desto orangener ist die Untergrundfarbe des Drehpunktes und desto intensiver schmeckt die entsprechende Mischung nach Orange. Die Interpretierbarkeit des Kontextualisierten Graphen wird durch die graduelle Intensivierung des orange–gelben Hintergrunds von der Abszisse zur Ordinate erleichtert: Je steiler die Steigung des Graphen, desto stärker die Farbe des Hintergrunds, desto stärker der Orangensaftgeschmack. Auch die in den Koordinatenkästchen verwendeten konkreten Symbole deuten auf die aktuelle Problemsituation hin. Der Abstrakte Graph auf der anderen Seite lässt – abgesehen von der Beschriftung der beiden Achsen – keinen Bezug zu der aktuellen Problemsituation erkennen.

Hinsichtlich des Merkmals Problembezug könnte man also die Verwendung der Balkenwaage und die Verwendung des Kontextualisierten Graphen als eindeutig vorteilhafter gegenüber der Verwendung des Abstrakten Graphen sehen.

5.3.2 Intuitive Verständlichkeit

Das zweite Merkmal betrifft die intuitive Verständlichkeit. Nur wenn eine Repräsentationsform in sich selbst schlüssig ist und als bedeutsam für den aktuellen Problemkontext angesehen wird, kann sie - wie in Kapitel 3 beschrieben - als Medium für einen kognitiven Konflikt dienen und so eine sinnvolle Form darstellen, an der die Lösung dieses kognitiven Konfliktes durch die Explikation relevanter Strukturen des Problemkontextes erkannt werden kann.

Es wurde oben bereits ausgeführt, dass man für die Balkenwaage, obwohl auch sie in ihrer aktuellen Form den Grundschulkindern unvertraut ist, eine leichte intuitive Interpretierbarkeit annehmen kann.

Dies ist zum einen darauf zurückzuführen, dass das ihr zugrundeliegende Konzept der Balance den Kindern durch eigene Erfahrungen (Wippe) bereits vertraut ist, und dass zum anderen die physische Manipulierbarkeit der Balkenwaage das Erkennen von Ursache–Wirkung-Zusammenhängen fördert. Basierend auf den Annahmen diSessas (1993) ist für Kinder die Balance per se als p-prim leichter erschließbar (siehe Punkt 5.2.2). In der Terminologie der Situierten Kognition bildet das akzeptierte Konzept der Balance dann eine Handlungsbeschränkung, die aufgrund der direkten Erfahrbarkeit der physikalischen Gesetzmäßigkeiten weniger leicht zurückzuweisen ist als eventuell eine Handlungsbeschränkung des Graphen, wo die Bedeutung der Steigung vielleicht weniger Gewicht bekommen.

Wie jedoch steht es um die intuitive Interpretierbarkeit der Funktionsweise des Graphen? In Kapitel 2.6.3 wurde angedeutet, dass Kinder bereits von klein auf eine intuitive oder sehr früh entwickelte Tendenz haben, Konzepte visuell räumlich abzubilden. Dies gilt besonders für die Abbildung von Beziehungen innerhalb einer Dimension. Kann man davon ausgehen, dass dies auch für die Abbildung der Beziehung zwischen zwei Dimensionen gilt? Haben wir auch zu der Interpretation von zweidimensionalen, abstrakteren Logischen Bildern wie Graphen, einen privilegierten Zugang oder muss der Umgang mit Graphen tatsächlich mühevoll erarbeitet werden? Diese Frage scheint bedeutsam für die Einordnung der drei Repräsentationsformen in diese Kategorie der intuitiven Interpretierbarkeit. Ich ging ihr in einer Untersuchung mit Kindergartenkindern und Fünftklässlern nach (Koerber, 1999).

Eine Untersuchung zur intuitiven Verständlichkeit des Graphen

Basierend auf theoretischen Ansätzen, nach denen wir von Geburt an mit bestimmten inhaltsspezifisch privilegierten Zugangsweisen ausgestattet sind (z.B. Spelke, 1991), und basierend auf der Tendenz schon sehr junger Kinder, spontan Raum zu nutzen, um nicht-räumliche Situationen abzubilden (siehe Kapitel 2.6), kann gefragt werden, ob auch die Fähigkeit, zweidimensionale Strukturen räumlich abzubilden, intuitiv zugänglich ist. Einen entsprechenden Hinweis fand Gattis (1996), die zeigen konnte, dass junge Kinder noch vor dem Einsetzen schulischer Instruktion bereits konsistente Schlussfolgerungen bei der Deutung von Graphen ziehen. Ihre Ergebnisse schienen zu belegen, dass selbst Erstklässler zwei Graphen unterschiedlicher Steigung systematisch interpretieren, indem sie (korrekt) der steileren Steigung die Repräsentation der größeren Wachstumsrate zuweisen[25]. Dies ist

[25] Dies ist dann korrekt, wenn die unabhängige Variable an der Abszisse und die abhängige Variable an der Ordinate abgetragen wird.

erstaunlich, wenn man bedenkt, dass selbst Jugendliche oft noch Schwierigkeiten bei der Interpretation von Graphen haben (Leinhardt et al., 1990).

Worauf sind also diese Fähigkeiten der jungen Kinder zurückzuführen? Besitzen wir tatsächlich von früh an einen intuitiven Zugang zu der Funktionsweise von Graphen, oder sind die bemerkenswerten Ergebnisse aus Gattis' Studie (1996) vielleicht eher auf eine Sensibilität junger Kinder für saliente, aber häufig irrelevante Oberflächenmerkmale zurückzuführen, wie es auch die berichteten Ergebnisse der Studie von Berg und Philipps (1994) nahe legen? Zu diesem Zweck untersuchte ich mit einem ähnlichen Design wie Gattis (1996) die Leistung von 23 fünf- und sechsjährigen Kindern (10 Jungen, 13 Mädchen; Durchschnittsalter 5 Jahre, 9 Monate) und zusätzlich von 26 elfjährigen Kindern (15 Jungen, 11 Mädchen; Durchschnittsalter 11 Jahre, 5 Monate), bei denen die Einführung des Graphen in der Schule kurz bevorstand.

Dafür wurde die Salienz von zwei Merkmalen – die der Steigung (relevantes Merkmal) und die der Länge der Linie (irrelevantes Merkmal) – experimentell disoziiert. Die Kinder bekamen drei Versionen eines Kartesischen Koordinatensystems, der jeweils zwei Funktionslinien beinhaltete. Die drei Versionen unterschieden sich lediglich in der Länge der zwei Linien (steiler ist länger, steiler ist kürzer, steiler ist viel kürzer; siehe Abbildung 5-4). Für jede der drei Koordinatensysteme bekamen die Kinder eine Geschichte vorgelegt, in der es darum ging, wie die Menge einer bestimmten Sache (z.B. Wasser in einer Badewanne) im Laufe der Zeit zunahm. Den Kindern wurde erklärt, dass man aus den zwei Funktionslinien sehen könne, dass einmal das Wasser schneller zunimmt und einmal langsamer. Die Kinder wurden dann gebeten zu bestimmen, ob eine der Funktionslinien die Situation darstellt, in der "sich die Wanne schneller mit Wasser füllte oder die Situation, in der sich die Wanne langsamer mit Wasser füllte." Selbstverständlich wurde den Kindern vorher in einer kurzen Einführung gezeigt, wie zeitliche Ausprägungen an der Abszisse und quantitative Zunahmen an der Ordinate abgebildet werden können, und wie sich eine Funktionslinie als eine Linie interpretieren lässt, die anzeigt, wie die Menge einer bestimmten Sache im Laufe der Zeit zunimmt.

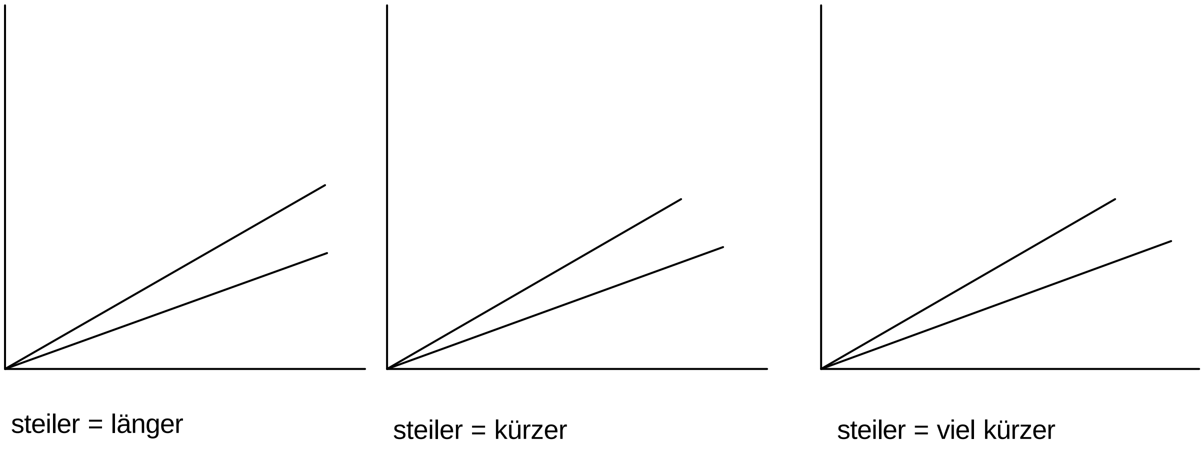


Abbildung 5-4: Die drei verschiedenen Repräsentationen in der Studie zur intuitiven Verständlichkeit von Graphen

Ich konnte feststellen, dass die Sechsjährigen nur dann konsistent korrekt die Linien interpretierten, wenn die Steigung des Graphen und die Länge der Linie zu derselben Interpretation führten (d.h. steiler ist länger, links in Abbildung 5-4). Wenn die beiden Merkmale zu unterschiedlichen Interpretationen Anlass gaben (die steilere Linie war die viel kürzere), dann schienen sie die schnellere Wachstumsrate eher der längeren Linie (mit der weniger steilen Steigung) zuzuordnen. Wenn die Salienz der beiden Merkmale zweideutig war (die steilere Linie war nur ein wenig kürzer), dann antworteten die Kinder mit Ratewahrscheinlichkeit. Während die Sechsjährigen zumindest bei den eindeutig salienten Merkmalen noch konsistent antworteten, zeigten die Elfjährigen in allen drei Fällen keine von der Ratewahrscheinlichkeit unterschiedliche Leistung.

Die von Gattis (1996) beobachtete Leistung der jungen Kinder, Graphen konsistent zu interpretieren, ist also nicht auf eine robuste Tendenz zurückzuführen, die steilere Steigung intuitiv und korrekt mit der schnelleren Wachstumsrate zu assoziieren, sondern auf die Sensibilität der Wahrnehmung oberflächlicher Merkmale, zu denen neben der Steigung auch andere (für die Interpretation irrelevante) Oberflächenfaktoren wie die Länge der Linie zählen. Zudem zeigen die Ergebnisse der Elfjährigen, dass diese Tendenz, Graphen konsistent zu interpretieren, in der Grundschulzeit verschwindet. Zusammengenommen belegt diese Studie also, dass man bei der Interpretation der Steigung eines Graphen nicht von einer intuitiven Zugangsweise ausgehen kann.

Tabelle 5-1 verdeutlicht nochmals die spezifischen Merkmale der drei Repräsentationsformen und ihre entsprechende Zuordnung zu den beiden Merkmalen Intuitive Verständlichkeit und Problembezug. Diese beiden Eigenschaften einer Repräsentationsform werden als hilfreich für den Umgang mit einem Misskonzept angenommen. Auf der anderen Seite sollte nicht vernachlässigt werden, dass der fehlende Kontextbezug des Abstrakten Graphen auch spezifische Vorteile haben kann, besonders für die Transferierbarkeit von Konzepten.

Tabelle 5-1: Eigenschaften der drei Repräsentationsformen, die potentiell hilfreich für Konzeptwechsel sind

	Balkenwaage	**Kontextualisierter Graph**	**Abstrakter Graph**
Intuitive Verständlichkeit	intuitiver Zugang zur Funktionsweise erleichtert durch 1) Assoziation mit bekannter Form (Wippe) 2) Verwendung phänomenologischer primitives (p-prims) 3) gehorcht physikalischen Gesetzen	Zugang zur Funktionsweise mittels kulturell definierter Regeln	Zugang zur Funktions-weise mittels kulturell definier-ter Regeln
Bezug zum Problemkontext	erleichtert durch 1) Kolorierung der Gewichte und der Skalierung sowie 2) konkrete und ikonische Darstellung der Größen	erleichtert durch 1) Kolorierung der Skalierung und 2) Visualisierung konkreter Größen	nicht explizit vorhanden

5.4 Fragestellungen und Hypothesen

5.4.1 Ziel des Trainingsexperimentes

Ziel dieses Trainingsexperimentes ist es, den Einfluss von Repräsentationsformen auf anspruchsvolle kognitive Tätigkeiten wie den Konzeptwechsel im Grundschulalter zu untersuchen. Konkret werden dafür drei verschiedene Repräsentationsformen miteinander verglichen, die sich in dem Grad ihrer intuitiven Verständlichkeit und ihrem Problembezug unterscheiden. Inhaltlich wird das Gebiet des proportionalen Denkens gewählt, da hier bei Grundschülern im Umgang mit extensiven Größen häufig ein (additives) Misskonzept anzutreffen ist, Fähigkeiten in diesem Bereich jedoch als Voraussetzung für das Verständnis vieler naturwissenschaftlicher Konzepte einen zentralen

Stellenwert haben. Bei den drei Repräsentationsformen, deren Einfluss untersucht wird, handelt es sich um eine Balkenwaage, einen konventionellen (abstrakten) Graphen und einen kontextualisierten Graphen.

5.4.2 Fragestellung

Es werden folgende Fragestellungen untersucht.

1. Hat ein Training zum proportionalen Denken mit externen Repräsentationsformen Einfluss auf die Überwindung eines additiven Misskonzepts bei Viertklässlern?
2. Inwieweit unterscheidet sich der Einfluss dreier Repräsentationsformen auf die Überwindung eines Misskonzeptes und auf die Entwicklung eines elaborierteren proportionalen Verständnisses?
3. Inwieweit unterscheidet sich der Einfluss dreier Repräsentationsformen auf ihre spontane und effektive Nutzung bei schwierigen Problemlöseaufgaben?
4. Inwieweit unterscheidet sich der Einfluss dreier Repräsentationsformen auf ihre spontane und effektive Nutzung in einem Transferkontext?

5.4.3 Hypothesen

Da Repräsentationsformen, wie in Kapitel 3.2 ausgeführt, ein Medium des kognitiven Konfliktes darstellen, kann angenommen werden, dass sie bei der Überwindung eines additiven Misskonzeptes bei Viertklässlern hilfreich sein können. Wenn man zusammenfassend die drei Repräsentationsformen nach der Summe ihrer für einen Konzeptwechsel angenommenen hilfreichen Elemente beschreiben wollte, kann geschlussfolgert werden, dass die Balkenwaage gegenüber beiden Graphen Vorteile als Werkzeug zur Überwindung eines proportionalen Misskonzeptes hat, weil ihre spezifischen Eigenschaften sowohl die Voraussetzung der intuitiven Verständlichkeit erfüllen, als auch den Problembezug fördern. Auch dem Kontextualisierten Graphen wird noch eine förderliche Wirkung zugesprochen, da er durch die Kontextualisierung von Elementen aus der Problemsituation einen stärkeren Problembezug schafft. Diese beiden Vorteile gelten am wenigsten für den Abstrakten Graphen.

Es kann angenommen werden, dass sich die beiden Vorteile der intuitiven Interpretierbarkeit und des Problembezugs gleichermaßen auf die Förderung eines elaborierten proportionalen Denkens wie auf die aktive und spontane Nutzung der Repräsentationsform selber als Problemlösetool bei schwierigen Vergleichsaufgaben auswirken.

Für die Transferierbarkeit der Nutzung des Repräsentationswerkzeuges gelten andere Annahmen. Hier wird ein Vorteil des Abstrakten Graphen erwartet. So kann angenommen werden, dass der Abstrakte Graph – bei einem gewissen Verständnis seiner Funktionsweise - aufgrund seiner Kontextunabhängigkeit leichter und spontaner in Transfersituationen benutzt wird als der Kontextualisierte Graph und die Balkenwaage, da beide Oberflächenmerkmale eines bestimmten Kontextes abbilden. Bei der Balkenwaage stellt sich für die Transferierbarkeit ein zusätzliches Problem, das auf ihrer Funktionsweise und der Balance beruht. Mit diesem Abbildungsmodus sind zwar Verhältnisse extensiver Größen gut miteinander zu vergleichen, bei denen beide Dimensionen die gleiche Maßeinheit besitzen und gut durch Gewichte repräsentiert werden können. Für intensive Größen jedoch, wie beispielsweise Geschwindigkeit, ist es schwerer, spontan die beiden Größen mit verschiedenen Maßeinheiten (Weg und Zeit) durch Gewichte zu repräsentieren. Daher wird erwartet, dass sich besonders in einem Transferkontext mit Intensiven Größen Unterschiede zwischen der spontanen und effektiven Nutzung der Balkenwaage und der des Abstrakten Graphen zeigen.

6. Methode

6.1 Methodische Vorüberlegungen

Vor den detaillierten methodischen Ausführungen sollen vorab drei Punkte angesprochen werden, die sich mit der Wahl der Altersstufe der Probanden, der Reihenfolge der Testaufgaben und der Entwicklung des Trainingsexperimentes beschäftigen. In dieser Arbeit soll es um den Einfluss von drei verschiedenen Repräsentationsformen auf die Überwindung eines proportionalen Misskonzeptes im Grundschulalter gehen. Da das Verständnis proportionalen Denkens, wie schon in Kapitel 4 ausgeführt, breit definiert und von den verschiedensten Faktoren abhängig ist (z.B. intensive versus extensive Zusammenhänge, ganze Zahl versus Bruchzahl), ist eine vollständige Entwicklung dieses Verständnisses in einem einzigen Trainingsexperiment nicht zu erwarten. Dies hat natürlich Auswirkungen auf die Wahl der betreffenden Altersgruppe, die optimal von einem Training zum proportionalen Denken mit Repräsentationsformen profitieren sollte. Versuchsteilnehmer aus der vierten Klasse sind aus zwei Gründen besonders geeignet. Zum einen können Kinder in diesem Alter innerhalb eines Verhältnis schon bewusst eine zweite Dimension gut verarbeiten, wenn die erste, salientere Dimension konstant bleibt (siehe Regel 2 nach Siegler, 1976). Damit sind gute Basisvoraussetzungen für ein effektives Training im Vergleichen von Verhältnissen aus zwei Dimensionen geschaffen (vgl. auch Kapitel 4). Zum anderen zeigt sich gerade in diesem Alter häufig das klare additive Misskonzept im Umgang mit Verhältnissen, bei dem die Kinder additive Strategien von ihrem Umgang mit Kardinalzahlen auf Verhältnisse übertragen (Gelman, 1994). Dies zeigt sich besonders deutlich im Umgang mit Verhältnissen extensiver Größen. Weiter haben Kinder dieses Alters bereits ein beginnendes Verständnis von der Zusammensetzung einiger intensiver Größen wie Geschwindigkeit (km / h), die als Transferaufgaben zur Testung der spontanen Anwendung der Repräsentationsform genutzt werden können, ohne dass die Elemente des Konzeptes selbst erklärt werden müssen.

In dieser Arbeit wird die Entwicklung des proportionalen Verständnisses in einem Mischkontext, also mit <u>extensiven</u> Größen, trainiert und der Transfer auf die <u>intensive</u> Größe, Geschwindigkeit (Ferntransfer), und eine weitere extensive Größe, Baumischungen (Nahtransfer), untersucht. Diese Reihenfolge der Kontexte wurde bewusst gewählt, da Studien zeigen, dass Proportionalitätsaufgaben in Mischkontexten schwieriger zu lösen sind als in anderen Kontexten (Gold, 1978; Quintero & Schwartz, 1982, beide zitiert nach Tourniaire & Pulos, 1985). Zudem ergibt sich bei intensiven

Größen (z.B. Geschwindigkeitskonzept), wie in Kapitel 4 ausgeführt, ein sehr heterogenes Bild davon, wann und unter welchen Umständen Proportionalitätsaufgaben korrekt gelöst werden. Für den Umgang mit extensiven Größen hingegen kann man davon ausgehen, dass Viertklasskinder noch deutlich das additive Misskonzept zeigen. Es ist daher zu erwarten, dass Kinder von einem Training in der schwierigeren Domäne, dem Mischkontext, mehr profitieren als in einer Domäne, zu der sie intuitiv auch leichter Zugang haben, wie z.B. bei der intensiven Größe Geschwindigkeit. Daher kann angenommen werden, dass die Versuchsteilnehmer Misskonzepte in extensiven Größen bewusster erleben und dass somit die Wirkung der externen Repräsentationsformen eindeutiger getestet werden kann.

Ein letzter Punkt, der hier angesprochen werden soll betrifft die Entwicklung des Trainingsexperiments und die dazu nötigen Voruntersuchungen. Zur Untersuchung des Einflusses von externen Repräsentationsformen auf die Entwicklung proportionalen Denkens wurde ein aufwendiges Trainingsexperiment entwickelt. Dafür partizipierten 67 Kinder in einer von drei Trainingsgruppen und weitere 27 Kinder in einer Basisgruppe, die statt eines Trainings mit Repräsentationsformen konventionellen Schulunterricht erhielt (siehe Punkt 6.5). Darüber hinaus erforderte das Trainingsexperiment noch zwei Arten von Pilotuntersuchungen, die mit insgesamt weiteren 44 Viertklässlern durchgeführt wurden. Eine der Pilotuntersuchungen diente der Konstruktion und Zusammenstellung des Testmaterials und fand im März 1999 statt. Die zweite Pilotuntersuchung diente der Entwicklung eines adäquaten Trainings für die drei Repräsentationsformen zur Förderung proportionalen Denkens und wurde von bis März bis Juni 1999 durchgeführt.

6.2 Design

6.2.1 "Pures Proportionales Denken": Entwicklung korrekter multiplikativer Strategien

Im vorliegenden Trainingsexperiment soll der Einfluss eines Trainings mit drei verschiedenen Repräsentationsformen - einem konventionellen, abstrakten Graphen (AG), einem kontextualisierten Graphen (KG) und einer Balkenwaage (BW) - auf die Überwindung des additiven Misskonzepts, d.h. auf die Entwicklung des proportionalen Denkens untersucht werden (Abhängige Variable 1). Ziel ist es, die potentiell unterschiedliche Effektivität der drei Formen zu messen sowie generell die Wirkung von zwei Trainings (nach dem Vortest und nach einem ersten Posttest) auf die Leistung im proportionalen Denken zu erfassen. Es wird angenommen, dass die zwei Trainings einen substantiellen Einfluss auf die Leistung im proportionalen Denken haben (Zeitfaktor) und dass sich zum anderen die drei Bedingungen hinsichtlich ihrer Effektivität für die Entwicklung proportionalen Denkens zugunsten der Balkenwaage unterscheiden. Somit wurde für diese Variable "Entwicklung proportionalen Denkens" im Erwerbskontext (Saftmischungen) ein 3 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktorielles Design mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor verwendet (siehe Abbildung 6-1, mittlere Zeile). Zudem wird der Einfluss jedes der beiden Trainings isoliert in zwei separaten einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem dreifach gestuften Faktor Bedingung erfasst.

Zum Zeitpunkt 3 (Posttest 2) wird neben der Leistung im Erwerbskontext zudem die Leistung der drei verschiedenen Gruppen beim proportionalen Denken in einem Transferkontext (Geschwindigkeit) untersucht. Daraus ergibt sich ein einfaktorielles Design mit dreifacher Abstufung des Faktors Bedingung.

Zeitpunkt / Bedingung	Zeitpunkt 1 Vortest	Zeitpunkt 2 Posttest 1	Zeitpunkt 3 Posttest 2	
Abstrakter Graph Kontextualisierter G. Balkenwaage	Pures Proport. Denken (PPD)	PPD	PPD	3 (Zeit) x 3 (Bedingung)- faktorielles Design
Abstrakter Graph Kontextualisierter G. Balkenwaage			PPD Transfer (Fern)	1-faktorielles Design mit dreifacher Abstufung des Faktors Bedingung

Abbildung 6-1: Das Design des Trainingsexperimentes (Variable: Pures Proportionales Denken)

6.2.2 Toolnutzung

Darüber hinaus wird der Einfluss eines Trainings mit diesen drei Repräsentationsformen auf deren spontane und effektive Nutzung bei schwierigen Problemlöseaufgaben im Erwerbs- und im Transferkontext untersucht (Abhängige Variable 2). Dabei wird für den Erwerbskontext (Saftmischungen) ein 2 (Zeit) x 3 (Bedingungen)-faktorielles Design mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor zugrunde gelegt. Es wird angenommen, dass sich alle Teilnehmer nach einem Training im Umgang mit ihrer jeweiligen Repräsentationsform für diese speziellen Aufgabentypen nach Posttest 1 in ihrer Leistung verbessern (Posttest 2, Zeitfaktor). Zum anderen wird aber bereits beim ersten Posttest eine unterschiedliche Wirkung der drei Bedingungen erwartet, und zwar dahingehend, dass die Gruppe der Balkenwaage häufiger spontan ohne vorherige explizite Instruktion ihr

Repräsentationsinstrument zur Lösung schwieriger Aufgaben einsetzt. Zu Zeitpunkt 3 (Posttest 2) wird die Toolnutzung ebenfalls für die zwei Transferkontexte Geschwindigkeit (Ferntransfer) und Baumischungen (Nahtransfer) gemessen und separat mit einem einfaktoriellen Design des dreifach abgestuften Faktors Bedingungen untersucht. Daneben wird der Einfluss der Nähe des Transferkontextes zum Erwerbskontext in einem 2 (Zeit) x 3 (Bedingungen)-faktoriellen Design mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor untersucht. Es wird angenommen, dass alle Teilnehmer für einem Transferkontext, der ähnlich wie der Erwerbskontext mit extensiven Größen operiert (Transfer nah), häufiger spontan und effektiv ihr Repräsentationswerkzeug verwenden, als in einem Transferkontext, das mit intensiven Größen (Transfer fern) arbeitet.

Zeitpunkt / Bedingung	Zeitpunkt 1 Vortest	Zeitpunkt 2 Posttest 1	Zeitpunkt 3 Posttest 2	
Abstrakter Graph Kontextualisierter G. Balkenwaage		Toolnutzung (TN)	TN	2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktorielles Design
Abstrakter Graph Kontextualisierter G. Balkenwaage			TN Transfer (Fern)	jeweils 1-faktorielles Design mit dreifacher Abstufung des Faktors Bedingung, sowie
Abstrakter Graph Kontextualisierter G. Balkenwaage			TN Transfer (Nah)	2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktorielles Design

Abbildung 6-2: Das Design des Trainingsexperimentes (Variable: Toolnutzung)

Den drei experimentellen Variationen der Repräsentationsbedingung wurden zufällig je 22 (bzw. 23) Versuchspersonen zugeteilt, die in kleinen Gruppen getestet wurden (näheres zur Ziehung der Stichprobe und ihrer Merkmale siehe Punkt 6.4).

6.2.3 Operationalisierung der Variablen

Aufgaben zum "**P**uren **P**roportionalen **D**enken" (PPD)

Der Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der Untersuchung des Effektes dreier Repräsentationsformen für die Entwicklung proportionalen Denkens, speziell für die Überwindung des Misskonzepts additiver Strategien beim (Vergleich und) Herstellen von zueinander proportionalen Verhältnissen. Dabei ist zu beachten, dass sich der erfolgreiche, nämlich zu einem Konzeptwechsel führende

Umgang mit einer Repräsentationsform darin zeigt, dass er zu einem erweiterten proportionalen Verständnis beiträgt, das sich dann auch ohne die Nutzung der Form in proportionalen Problemsituationen zeigt. Nur wenn sich auch in solchen "puren" proportionalen Situationen nach einem Training mit der Form ein entsprechender Verständniszuwachs zeigt, kann man davon ausgehen, dass die Form während einer Lernphase tatsächlich als hilfreiches Medium für ein elaboriertes Verständnis des proportionalen Konzeptes genutzt wurde und nicht lediglich als Werkzeug, an dem zwar korrekte Lösungen abgelesen werden, das aber keine tiefere Auseinandersetzung mit diesem Problemgebiet fördert. Daher wird diese Variable "*Pures* Proportionales Denken" genannt. Es wurden Aufgaben entwickelt, bei denen die Lösung ohne Zuhilfenahme von externen Repräsentationsformen oder anderen Hilfsmitteln bei proportionalen Problemlöseaufgaben erbracht werden musste. Konkret handelt es sich um zwei Aufgabentypen: 1) Zuordnungsaufgaben und 2) Konstruktionsaufgaben. Der Summenscore dieser beiden Aufgabenformate (jeweils 4 Punkte) ergibt den Wert für die Variable "Pures Proportionales Denken" (PPD).

Die <u>Zuordnungsaufgaben</u> - im multiple choice-Format gehalten – testen direkt die Wahl der korrekten (multiplikativen) Strategie gegen die Alternative von drei inkorrekten, additiven Lösungen. Aufgabe der Versuchsteilnehmer ist es, ein gegebenes Mischungsverhältnis, beispielsweise eine 2 (Orangensaftbecher) : 3 (Zitronensaftbecher)-Mischung, in größerer Menge herzustellen. Die korrekte Lösung wurde entweder durch Verdoppelung oder durch Verdreifachung der ursprünglichen Menge angegeben, während die drei falschen Alternativlösungen durch gleichmäßiges Addieren der beiden Verhältnisdimensionen mit eins, zwei oder zehn konstruiert wurden. Abbildung 6-3 gibt ein Beispiel für diese Art von Aufgaben.

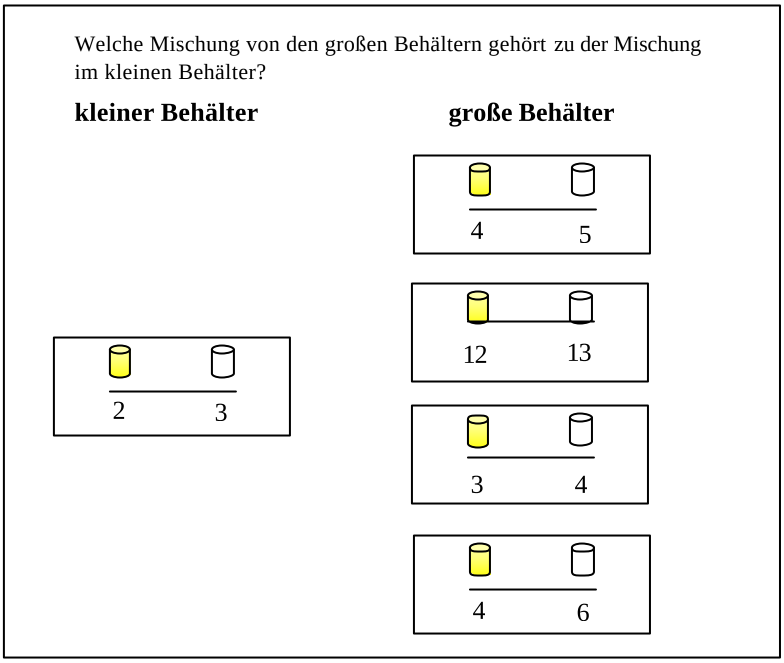


Abbildung 6-3: Beispiel einer Zuordnungsaufgabe

In diesem Test konnten insgesamt vier Punkte für die korrekte Lösung von vier vorgegebenen Aufgaben dieses Formats erzielt werden.

Neben den Zuordnungsaufgaben wurden zur Testung der Überwindung des additiven Misskonzepts auch Konstruktionsaufgaben eingesetzt. Die Aufgabe der Versuchsteilnehmer bestand darin, den Wert einer Variablen eines Verhältnisses zu bestimmen, damit dieses Verhältnis nach Vorgabe des zweiten Wertes proportional zu einem schon vorgegebenen Verhältnis wird. Abbildung 6-4 gibt ein Beispiel für eine der Aufgaben. Auch hier konnten wieder entsprechend der Anzahl der Aufgaben vier Punkte erzielt werden.

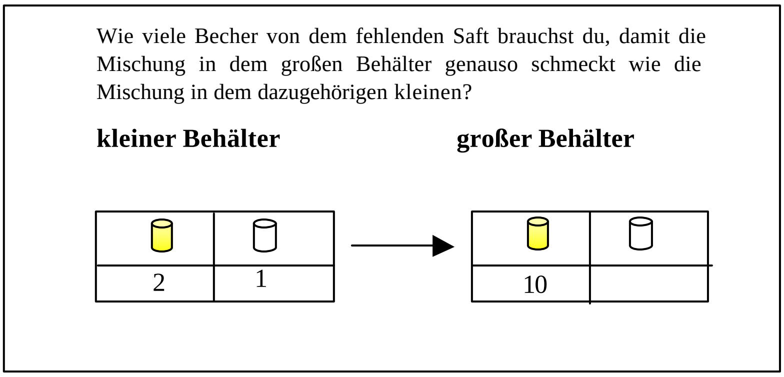


Abbildung 6-4: Beispiel einer Konstruktionsaufgabe

Alle oben genannten Aufgaben enthalten Zahlen, die von den Kinder der vierten Jahrgangsstufe ohne weiteres im Kopf berechnet werden können. Bei den Zuordnungsaufgaben unterscheiden sich die proportionalen Mischungen beispielsweise entweder um den Faktor zwei oder um den Faktor drei. Für die Konstruktionsaufgaben muss höchstens mit dem Faktor fünf gerechnet werden.

Bei diesen Aufgaben geht es also um die Anwendung der richtigen Strategie und nicht um Kopfrechen- bzw. Bruchrechenfähigkeiten. Um sowohl den Vorteil der direkten Wahl zwischen additiver und multiplikativer Strategie zu nutzen (Zuordnungsaufgaben), als auch die Fähigkeit zur selbständigen, freien Konstruktion von zueinander proportionalen Verhältnissen zu berücksichtigen (Konstruktionsaufgaben) und damit die Ratewahrscheinlichkeit zu vermindern, wird der Wert für die Variable "Pures Proportionales Denken" aus dem Summenscore der Leistung in beiden Aufgabenarten (Höchstpunktwert: acht) gebildet. Eine Hauptkompentenanalyse belegt eine gemeinsame Ladung der acht Items zu über 70% auf einen Faktor. Die Reliabilität der insgesamt acht Aufgaben liegt bei alpha = 95%. Durch die Verwendung zweier verschiedener Aufgabentypen, die aber beide das Konstrukt "Pures Proportionales Denken" messen, wird der Vielfalt der Variablen Rechnung getragen, der Einfluss auf die Leistung im proportionalen Denken zugeschrieben wird (siehe Kapitel 4).

Aufgaben zur Toolnutzung (TN)

Neben dem Einfluss eines Trainings mit verschiedenen externen Repräsentationsformen auf die Entwicklung proportionalen Denkens an sich interessiert auch, wie unterschiedlich spontan und effektiv die jeweiligen Formen als Werkzeug zum Problemlösen in anspruchsvollen Proportionsaufgaben eingesetzt werden. Dies ergibt einen Indikator dafür, als wie hilfreich die jeweilige Repräsentationsform für die Lösung dieser Aufgaben betrachtet wird.

Dafür wurden Vergleichsaufgaben nach der Art von Noelting (1980) eingesetzt. Aufgabe der Versuchsteilnehmer war es, zwei Mischungen hinsichtlich der Intensität ihres Orangengeschmacks miteinander zu vergleichen. Die Werte der Verhältnisse wurden dabei so gewählt, dass sie keine ganzen Zahlen ergeben. Sie sind somit für Kinder der vierten Jahrgangsstufe, also noch ohne Bruchrechenfähigkeiten, schwer zu lösen. Extrem hilfreich dafür sind jedoch die Repräsentationsformen, die die Versuchsteilnehmer in ihren Trainings kennen gelernt haben, vorausgesetzt, man betrachtet sie als nützlich zur Lösung dieser Aufgaben und setzt sie korrekt ein. In den beiden Koordinatensystemen können etwa die beiden Graphen der linearen Funktion für die beiden Mischungen miteinander verglichen werden. Je steiler der Graph, desto mehr schmeckt die Mischung nach Orange.[26] Bei der Balkenwaage kann beim Stecken der Gewichte für die zweite Mischung an dem Drehpunkt (d.h. an der Balance bei den Gewichten) der ersten Mischung abgelesen werden, ob die beiden Mischungen gleich schmecken (Balance bleibt) oder ob die zweite Mischung im Vergleich zu der ersten Mischung mehr nach Orange (Balken neigt sich zu Orangensaftgewichten) oder mehr nach Zitrone (Balken neigt sich zu den Zitronensaftgewichten) schmeckt. Die Repräsentationsformen bilden dann ein ganz konkretes Recheninstrument, das die Lösung dieser Probleme visualisieren kann. Für diese Aufgaben wurde den Versuchsteilnehmern angeboten, ihre jeweilige Repräsentationsform zu verwenden, ohne jedoch deren Nützlichkeit besonders hervorzuheben. Auch ein weiteres Hilfsmittel, der Notizblock, wurde zusammen mit der Repräsentationsform bei diesen Aufgaben zur Wahl gestellt. Es wurde den Kindern also freigestellt, entweder durch die Repräsentationsform, den Notizblock oder durch "bloßes" Überlegen zur Lösung zu kommen. Abbildung 6-5 zeigt ein Beispiel für diese Vergleichsaufgaben, von denen die Kinder jeweils drei vorgelegt bekamen (Höchstpunktzahl: drei Punkte). Das Interesse bei diesen Aufgaben in den Nachtests gilt vor allen Dingen den Fragen:

- wird die Repräsentationsform angewendet (spontane Nutzung) und

- trägt ihre Anwendung zur korrekten Lösung dieser Aufgaben insgesamt bei?

[26] Dies ist bei Abtragung der Orangensaftmenge an der Ordinate und Abtragung der Zitronensaftmenge an der Abszisse korrekt.

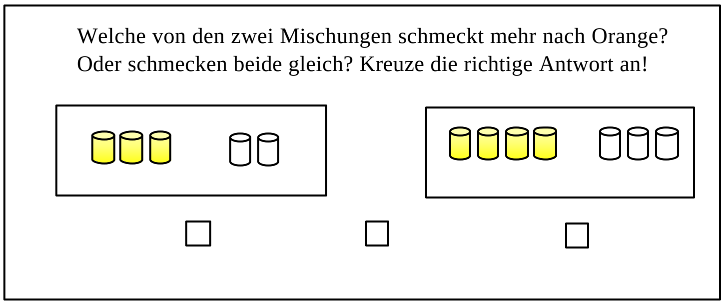


Abbildung 6-5: Beispiel einer Vergleichsaufgabe

Man beachte, dass es sich bei diesen Vergleichsaufgaben um ein Multiple choice-Format mit drei Alternativlösungen handelt. Die Ratewahrscheinlichkeit ist also extrem hoch, sie beträgt 33% pro Aufgabe, somit ist bei drei vorgegebenen Aufgaben in diesem Bereich zu erwarten, dass allein durch Raten eine Aufgabe korrekt beantwortet werden kann. Daneben können diese Aufgaben auch unterschiedlich gelöst werden, je nachdem, ob den Lösungen ein potentielles Misskonzept zugrunde liegt, und wenn ja, welches. Bei der oben abgebildeten Aufgabe könnten Kinder beispielsweise zu der für sie logischen Lösung kommen, dass beide Mischungen gleich nach Orange schmecken, wenn sie ein additives Misskonzept haben (die rechte Mischungen enthält von jeder Saftart genau einen Becher mehr als die linke Mischung), oder sie könnten antworten, dass die rechte Mischung mehr nach Orange schmecken würde, wenn sie nur einer Dimension (hier: der Anzahl der Orangensaftbecher) Beachtung schenken würden. Die Nutzung von potentiell unterschiedlichen Misskonzepten oder etwa eine Zuordnung zu Noeltings (1980) Entwicklungsstadien des proportionalen Denkens soll hier aber nicht untersucht werden. Festzuhalten ist, dass nicht die korrekte Lösung an sich, sondern die spontane Nutzung der Repräsentationsform und ihre Effektivität für die korrekte Lösung der Vergleichsaufgaben Ziel der Messung bei diesen Aufgaben ist.

Obwohl die oben genannten Aufgaben den Trainingskontext behandeln, verlangen sie von den Kindern zu einem großen Teil gewisse Transferfähigkeiten, da die Aufgabenstrukturen nicht explizit im Training geübt wurden. Mit diesen Aufgaben wird also auch die Flexibilität beim Erwerb proportionalen Denkens in dem Training deutlich. Sie tragen der Möglichkeit Rechnung, dass der Umgang mit unterschiedlichen Repräsentationsformen unterschiedliche Seiten des proportionalen Verständnisses fördert.

Leistung in Transferaufgaben - Toolnutzung

Zu Zeitpunkt 3, nach Abschluss der zweiten Testung im Trainingskontext, wurden Transferleistungen bei der Toolnutzung in zwei Kontexten gemessen: zunächst in einem Geschwindigkeitskontext (km / h), was als Ferntransfer klassifiziert wurde, da es Transferleistungen von extensiven Größen zu intensiven Größen verlangte, und danach in einem Baumischungskontext, also in Nahtransferaufgaben, da hier wie im Trainingskontext extensive Größen behandelt werden. Diese zeitliche Reihenfolge der beiden Kontextarten wurde bewusst gewählt, da es nicht Ziel der Untersuchung war, Transferdenken durch schrittweißes Hinführen über Nahtransfer zu Ferntransfer (und das in vielen verschiedenen Kontexten) optimal zu lehren, sondern die Bewusstheit der Effektivität und Nützlichkeit der drei unterschiedlichen Repräsentationsformen und das spontane Erkennen von deren Anwendbarkeit sofort in möglichst extremen Situationen zu testen. Dafür wurden in beiden Transferkontexten die oben genannten Vergleichsaufgaben gestellt.

Wer ist schneller? Tim oder Peter? Oder sind beide gleich schnell?
Kreuze die richtige Antwort an!

Tim		Peter	
2 Kilometer	3 Stunden	3 Kilometer	4 Stunden

☐ Tim
☐
☐ Peter

Welches Gemisch ist sandiger? Das von Haus A oder von Haus B, oder sind beide gleich sandig? Kreuze die richtige Antwort an!

Haus A: 7 Sand 3 Mörtel ☐
☐
Haus B: 5 Sand 2 Mörtel ☐

Abbildung 6-6: Beispiel einer Vergleichsaufgabe für Ferntransfer (Geschwindigkeit) und Nahtransfer (Baumischungen)

Bei der Einführung des neuen Kontextes wurde explizit nicht auf die Ähnlichkeit mit dem Trainingskontext hingewiesen. Es wurde lediglich zusammen mit den Kindern ins Gedächtnis gerufen, dass man bei der Messung von Geschwindigkeiten beides, sowohl "Weg" als auch "Zeit", beachten muss. Somit wurde implizit auf den Charakter der zwei Dimensionen in dieser Variable hingewiesen. Wie schon im Trainingskontext wurde den Kindern freigestellt, ihre Repräsentationsform oder den Notizblock zur Lösungsfindung heranzuziehen. Für diese beiden Transferaufgaben wurde den Versuchspersonen des Kontextualisierten Graphen ein dekontextualisierter Abstrakter Graph vorgelegt, damit sie durch die Abbildung von Elementen einer Saftmischsituation (Erwerbskontext) für Aufgaben innerhalb eines Geschwindigkeits- und Baumischkontextes nicht zusätzlich verwirrt würden.

Leistung in Transferaufgaben – "Pures Proportionales Denken"

Für den Geschwindigkeitskontext wurden zusätzlich Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" vorgegeben (siehe Abbildung 6-7). Wie auch in den Vergleichsaufgaben des Transferkontextes unterscheidet sich das Aufgabenformat etwas von dem Format der Saftmischaufgaben des Trainingskontextes. Damit sollte vermieden werden, dass allein aufgrund des mehrmaligen Vorgebens der gleichen Aufgabenstruktur das im Training erworbene Lösungsschema einfach angewendet, dem Kontext selber aber keine Beachtung geschenkt wurde. Gleichzeitig sollte aber die Aufgabenstruktur (Zuordnungsaufgaben und Konstruktionsaufgaben) erhalten bleiben, um damit das gleiche Konstrukt im Transferkontext zu erfassen.

Was passt?
Welcher Wanderer, Hans, Peter, Lars oder Olaf, läuft mit der gleichen Geschwindigkeit wie Max?

Max
4 Kilometer in 3 Stunden

- ☐ Hans
- ☐ Peter
- ☐ Lars
- ☐ Olaf

Hans
5 Kilometer in 4 Stunden

Peter
14 Kilometer in 13 Stunden

Lars
8 Kilometer in 6 Stunden

Olaf
6 Kilometer in 5 Stunden

Setze die fehlenden Stunden oder Kilometer für die lange Strecke ein, wenn Sascha auf der langen Strecke mit der gleichen Geschwindigkeit geht wie auf der dazugehörigen kurzen Strecke.

kurze Strecke

Kilometer	Stunden
3	2

→

lange Strecke

Kilometer	Stunden
9	

Abbildung 6-7: Beispiel einer Zuordnungsaufgabe und einer Konstruktionsaufgabe im Geschwindigkeitskontext

Die oben genannten Aufgaben wurden in den einzelnen Tests immer in folgender Reihenfolge durchgeführt: 1) Zuordnungsaufgaben, 2) Konstruktionsaufgaben, 3) Vergleichsaufgaben. Die Testung erfolgte für jeden Versuchsteilnehmer individuell. Es wurde keine Rückmeldung über die Korrektheit der Lösungen gegeben. Während der Testung wurden die Versuchsteilnehmer durch Trennwände separiert. Dies hatte vor allen Dingen das Ziel, die potentielle spontane Anwendung der Repräsentationsform für die Lösung der Vergleichsaufgaben zu erfassen, die individuell und nicht durch die Aktivität eines anderen Gruppenmitglied motiviert sein sollte.

6.3 Konstruktion der Testaufgaben

Bei der Herstellung der Aufgaben wurde besonders die Auswahl der Zahlen beachtet, die ein Verhältnis bilden. Wie ich schon in Kapitel 4.5 und 4.6 ausgeführt habe, hat die Zahlenstruktur der Verhältnisse einen immensen Einfluss auf die Lösung proportionaler Aufgaben (Hart, 1981; Noelting, 1980). So basiert Noeltings (1980) Stadientheorie der Entwicklung proportionalen Denkens auf der erfolgreichen Bewältigung des Vergleichs von Verhältnissen, die durch ihre Zahlenstruktur unterschiedlich schwierig sind. In einem Design mit Vor- und Nachtest stellt sich dann das Problem, vergleichbare Aufgaben für die verschiedenen Messzeitpunkte zu finden, die den Erfolg des dazwischenliegenden Trainings messen und bei denen die Leistung nicht durch die unterschiedliche Schwierigkeitsstruktur der Aufgaben bedingt ist.

Um zu gewährleisten, dass die Leistungsunterschiede zwischen Vor- und Nachtests auf das mit den Repräsentationsformen durchgeführte Training und nicht auf die Verwendung unterschiedlich schwieriger Zahlen für die Aufgaben zurückzuführen ist, wurden in den Vor- und Nachtests daher die gleichen Zahlen verwendet (siehe Tabelle 6-1).

Trotz der sehr plausiblen Gründe für die Verwendung gleicher Zahlenstrukturen könnte eingewendet werden, dass allein die Bearbeitung der Aufgaben in einem Test (Vortest) schon einen positiven Einfluss auf die Leistung bei gleichen / ähnlichen Aufgaben im Nachtest hat. Dieses Argument trifft auf die hier vorliegende Art von Aufgaben, deren Leistung in der Wahl von korrekten Strategien oder Konzepten liegt, jedoch nicht zu. Dies ist folgendermaßen zu erklären. Eines der zentralen Merkmale bei Handlungen, die auf Misskonzepten beruhen, ist die Überzeugung von der Richtigkeit der eigenen Lösung (Chinn & Brewer, 1993). Daher ist eine Verbesserung innerhalb kürzester Zeit und alleine durch wiederholte Konfrontation mit den Aufgaben – ohne Rückmeldung - nicht zu erwarten. Lediglich ein Training, das das Verständnis dieser Problemsituation fördert und neue Alternativstrategien anbietet, mindestens jedoch eine Rückmeldung über die Korrektheit der Lösung ist für die richtige Lösung und die Änderung des Misskonzeptes notwendig. Damit stehen diese Aufgaben beispielsweise im Gegensatz zu Gedächtnisaufgaben oder Aufgaben, bei denen es um die Nutzung effizienterer mathematischer Strategien für das Lösen eines Problemtyps geht und bei denen sich schon die wiederholte Bearbeitung einer Aufgabe unmittelbar auf die Leistung auswirkt (z.B. Siegler & Stern, 1998). Wichtig ist nochmals festzuhalten, dass die Versuchsteilnehmer keinerlei Rückmeldung über ihre Leistungen in den Aufgaben und dass die Korrektheit ihrer Lösungen erhielten und die Bearbeitung der Aufgaben zeitlich nicht limitiert war. Die eben angeführte

Argumentation wurde zusätzlich durch eine Pilotstudie zur Evaluierung der Aufgaben empirisch unterstützt.

Pilottest zur Evaluierung der Aufgaben

An dieser Untersuchung nahmen insgesamt 20 Viertklässler beiderlei Geschlechts im Alter zwischen 9 Jahre, 8 Monaten, und 10 Jahre, 1 Monat teil. Diese Versuchsteilnehmer wurden aus zwei vierten Klassen einer bayerischen Schule rekrutiert. Ziel dieser Untersuchung war die Evaluierung und Zusammenstellung der Testaufgaben für die Hauptuntersuchung. Vor allem sollte überprüft werden, ob die Bearbeitung von Proportionsaufgaben im Vortest generell Einfluss auf die Leistung im Nachtest hat. Es wurden u.a. die vier Zuordnungs- und vier Konstruktionsaufgaben des "Puren Proportionalen Denkens" aus dem Vortest und dem 1. Posttests verwendet, die auch in der Hauptuntersuchung zum Einsatz kamen. Die Kinder in dieser Kontrollvoruntersuchung erhielten nach den Aufgaben des Vortests keine Rückmeldung und selbstverständlich auch kein Training. Wie erwartet, zeigte sich keinerlei Lerneffekt in den Aufgaben des Posttests gegenüber der Leistung im Vortest: $t(19) = 1.75$, n.s. Dieses Ergebnis bestätigt also die oben genannte Argumentation, dass durch die wiederholte Darbietung ähnlicher Zahlenstrukturen in diesen Aufgaben kein Lerneffekt per se zu erwarten ist.

Um jedoch zu vermeiden, dass die Versuchsteilnehmer bei Erkennen von exakt identischen Testbögen nach einer gewohnten Tendenz antworten (response set) wurden bei Erhalt der Zahlenstrukturen drei Veränderungen vorgenommen: Wie in Tabelle 6-1 zu sehen, ergeben sich Unterschiede zwischen Vor- und Posttest durch:

1) die inverse Verwendung der im Vortest gegebenen Ausgangsverhältnisse für den Posttest, d.h. die Mengen der Orangen- und Zitronensaftbecher wurden miteinander vertauscht,
2) die Randomisierung der Reihenfolge der jeweils vier Aufgaben sowohl im Vortest als auch in den Nachtests,
3) die Randomisierung der Alternativreihenfolge bei den Zuordnungsaufgaben sowohl für den Vor- als auch für den Nachtest.

Zudem wurden im Posttest 2 in den Zuordnungs- und in den Konstruktionsaufgaben je zwei Aufgaben (als Füllaufgaben) dazugenommen, um eine Monotonie bei der Aufgabenbearbeitung zu vermeiden und die Konzentration auf neue Zahlstrukturen zu erhöhen. Diese zwei Füllaufgaben wurden von der Bildung des Summenscores des "Pure Proportionalen Denkens" ausgeschlossen, so dass eine Vergleichbarkeit der Daten zwischen Vortest, Posttest 1 und Posttest 2 garantiert werden kann. Aus dem gleichen Grund wurden für den Transferkontext ebenfalls zwei nochmals veränderte Aufgaben einbezogen.

Daneben wurde auch kontrolliert, ob sich die Versuchsteilnehmer bei einer korrekten Lösung der Aufgaben lediglich an das richtige Resultat erinnern (z.B. vom Training) oder tatsächlich das korrekte Prinzip beim proportionalen Problemlösen anwenden. Dafür wurden in den Aufgaben zwei in dem Training behandelte und zwei nicht behandelte Verhältnisse eingesetzt. Es soll bereits hier vorausgenommen werden, dass sich die Leistung der Trainingsgruppen in den Aufgaben mit den vertrauten Zahlenstrukturen nicht von denen mit den unbekannten Zahlenstrukturen unterschied. Dies belegt, dass die korrekten Resultate in den Posttestaufgaben nicht durch bloßes Memorieren der Ergebnisse zustande kam.

Nachfolgend ist eine Tabelle (Tabelle 6-1) zusammengestellt, die eine vollständige Auflistung der Aufgaben pro Test und der jeweiligen Zahlenstruktur der verwendeten Verhältnisse enthält. Dabei steht die erste Zahl für die Anzahl der Orangensaftbecher und die zweite Zahl für die Anzahl der Zitronensaftbecher des jeweiligen Verhältnisses. Bei den Zuordnungsaufgaben wurde nur das Ausgangsverhältnis angegeben; die vier Alternativen sind entsprechend der in Punkt 6.2 beschriebenen Methode konstruiert. Bei den Konstruktionsaufgaben steht "x" für die gesuchte Lösungszahl. Es ist zu beachten, dass für den Nahtransfer (Baumischungen) die Variable des "Puren Proportionalen Denkens" nicht erhoben wurde. Der Tabelle ist auch zu entnehmen, dass die Zahlenstruktur der Transferaufgaben gegenüber der Struktur der Aufgaben in den Vor- und Posttests des Trainingskontextes aus den oben genannten Gründen teilweise verändert ist. Zwei Verhältnisse wurden aus den Aufgaben des Trainingskontextes beibehalten, (2 / 1 und 3 / 2), zwei Verhältnisse entsprechen denen der Zusatzaufgaben des zweiten Posttests (4 / 3) und (5 / 2), und zwei Verhältnisse wurden in den Transferaufgaben ganz neu verwendet (3 / 5 und 5 / 1). Ein Vergleich der drei unterschiedlich bekannten Verhältnisse ergab, wie erwartet, keine unterschiedliche Testleistung. Da es Ziel der Transferaufgaben war, die Leistung der unterschiedlichen Experimentalgruppen untereinander und nicht mit der Leistung der Teilnehmer zu anderen Zeitpunkten zu vergleichen, war es für diese Aufgaben nicht nötig, eine mit früheren Messungen vollkommen identische Zahlstruktur zu verwenden.

Tabelle 61: Auflistung der Verhältnisstrukturen (Orangensaftbecher / Zitronensaftbecher) für die einzelnen Aufgaben in der gegebenen Reihenfolge. Die fett markierten Aufgaben in Posttest 2 und Transfer (fern) sind die Aufgaben, die für die Bewertung der Leistung zählten.

	Vortest	Posttest 1	Posttest 2	Transfer (fern)	Transfer (nah)
PURES PROP. DENKEN Zuordnungs-aufgaben (Ausgangsverhältnis)	(a) 2 : 3 (b) 1 : 4 (c) 2 : 4 (d) 2 : 1	(a) 4 : 1 (b) 1 : 2 (c) 4 : 2 (d) 3 : 2	**(a)** 2 : 1 **(b)** 3 : 2 (c) 5 : 2 (d) 4 : 3 **(e)** 1 : 4 **(f)** 4 : 2	**(a)** 4 : 3 **(b)** 5 : 2 (c) 3 : 5 **(d)** 2 : 1 **(e)** 3 : 2 (f) 5 : 1	
PURES PROP. DENKEN Konstruktions-aufgaben	(a) 2 : 1 => 10 : x (b) 4 : 2 => x : 6 (c) 4 : 1 => 16 : x (d) 3 : 2 => 9 : x	(a) 1 : 4 => x : 16 (b) 2 : 3 => x : 9 (c) 1 : 2 => x : 10 (d) 2 : 4 => 6 : x	**(a)** 2 : 4 => 6 / x **(b)** 4 : 1 => 16 / x **(c)** 1 : 2 => x / 10 (d) 2 : 5 => x / 20 **(e)** 2 : 3 => x / 9 (f) 3 : 4 => 12 / x	(a) 3 : 5 => x :15 **(b)** 3 : 2 => 9 : x **(c)** 5 : 2 => 20 : x **(d)** 4 : 3 => x : 12 (e) 5 : 1 => x : 4 **(f)** 2 : 1 => 10 : x	
TOOLNUTZUNG Vergleichs-aufgaben	(a) 3 : 2 & 4 : 3 (b) 4 : 6 & 3 : 4 (c) 6 : 9 & 2 : 3	(a) 3 : 4 & 2 / 3 (b) 3 : 2 & 9 / 6 (c) 4 : 3 & 6 / 4	**(a)** 4 : 3 & 3 : 2 **(b)** 3 : 4 & 4 : 6 **(c)** 2 : 3 & 6 : 9 (d) 5 : 4 & 2 : 1 (e) 5 : 3 & 4 : 2	(a) 2 : 3 & 3 : 4 **(b)** 5 : 2 & 7 : 3 **(c)** 5 : 3 & 4 : 2 (d) 9 : 6 & 3 : 2 **(e)** 5 : 4 & 2 : 1	(a) 7 : 3 & 5 : 2 (b) 4 : 2 & 5 : 3 (c) 2 : 1 & 5 : 4

6.4 Versuchsdurchführung

Das Trainingsexperiment gliederte sich für alle drei Trainingsgruppen in acht Abschnitte, die auf zwei Nachmittagssitzungen zu jeweils ca. zwei Stunden aufgeteilt waren. Die erste Sitzung bestand aus den vier Abschnitten: 1) Vortest, 2) Exploration, 3) Training I und 4) Posttest I, und behandelte ausschließlich Problemsituationen und Aufgaben zum Proportionalen Denken in einem Saftmischkontext (Orangensaft-Zitronensaft). In der zweiten Sitzung, am folgenden Tag, wurde nach einem zweiten Training (Phase 5) ein zweiter Posttest (Phase 6) durchgeführt, beide Phasen behandelten wiederum ausschließlich den Saftmischkontext. Transfer wurde anschließend und ohne weiteres Training für Geschwindigkeiten (Ferntransfer, Phase 7) und eine Baumischung (Nahtransfer, Phase 8) getestet. Abbildung 6-8 gibt einen schematischen Überblick über den Ablauf der Versuchsdurchführung, mit kreisförmig dargestellten Testphasen und eckig dargestellten Trainingsphasen. Die einzelnen Phasen sollen im Folgenden beschrieben werden:

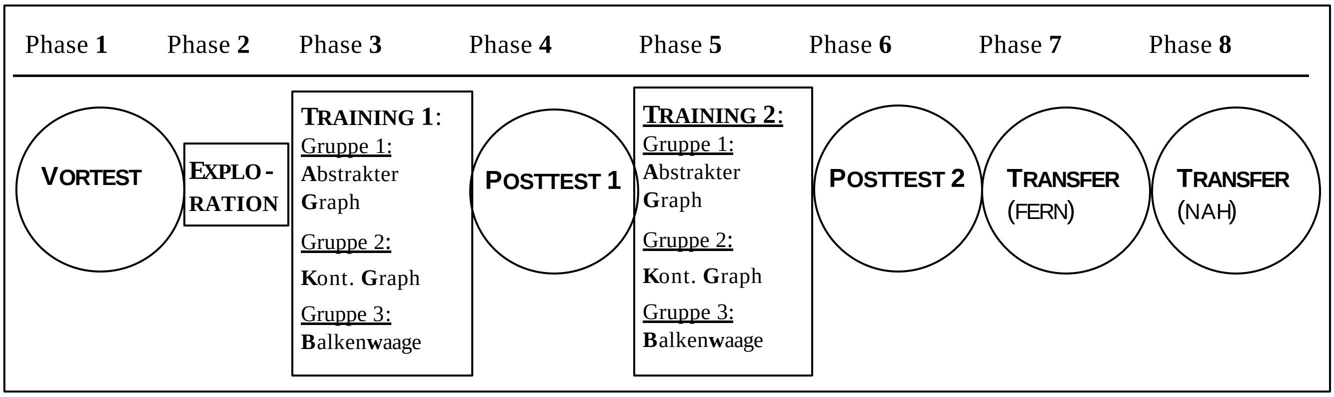


Abbildung 6-8 : Schematische Darstellung des Versuchsablaufs

Nach einer kurzen Auflockerung der Situation und Zuteilung der Versuchspersonennummern wurden die Kinder in einem Vortest gebeten, Aufgaben zum proportionalem Denken zu bearbeiten. Es handelte sich hierbei um vier Zuordnungsaufgaben, vier Konstruktionsaufgaben und drei Vergleichsaufgaben (siehe Abschnitt 6.2 und 6.3). Ziel dieses Vortests war es, zum einen die Vergleichbarkeit der einzelnen Gruppen zu kontrollieren und zum anderen das Vorwissensniveau der einzelnen Kinder zu ermitteln, um damit Ergebnisse der Posttests auf das dazwischen liegende Training zurückführen zu können. Nach dem Vortest erfolgte eine kurze Phase der Exploration, in der jeder Versuchsteilnehmer die Repräsentationsform selber eruieren und kennen lernen konnte. Dazu wurden die Kinder gefragt, ob sie diese Form schon einmal gesehen hätten, was ihnen daran auffällt, wozu sie nützen könnte und ob sie glaubten, dass diese Form ihnen bei den eben bearbeiteten Aufgaben helfen könnte. Dabei wurden die Kinder ermutigt, mit den Repräsentationsformen handelnd umzugehen, sie auszuprobieren und miteinander diese Fragen zu diskutieren. Die Ergebnisse und Erkenntnisse der Kinder wurden dann im Forum diskutiert, ohne dass die Versuchsleiterinnen Informationen weitergaben, die nicht von den Kindern selber genannt oder in den gestellten Fragen aufgegriffen wurden. Ziel dieser Phase war es, zum einen die Kinder mit der Repräsentationsform vertraut zu machen und zum anderen einen Anhaltspunkt für das Explorationsverhalten der Kinder mit den verschiedenen Formen gewinnen.

Nach diesen zwei Phasen begann der Hauptteil, ein längeres Training zum Erwerb proportionalen

Denkens, das etwa 90 Minuten in Anspruch nahm. In diesem Training wurde den drei Trainingsgruppen proportionales Denken mithilfe der ihnen randomisiert zugeteilten Repräsentationsform gelehrt. Das Training schloss mit einer Kontrollaufgabe, die jedes Kind der Gruppe individuell bearbeiten musste und die dazu diente, das Erreichen des Trainingsziels sicherzustellen. Eine ausführlichere Beschreibung des Trainings ist Kapitel 6.7 zu entnehmen. Während dieses Trainings gab es eine kurze Pause. Es schloss sich Posttest I zum proportionalem Denken an, der die gleichen Aufgabentypen wie der Vortest beinhaltete.

In der zweiten Sitzung wurde zunächst ein zweites (kürzeres) Training zum proportionalen Denken und zu den Repräsentationsformen durchgeführt. Während das erste Training hauptsächlich der Überwindung des Misskonzepts beim proportionalen Denken mithilfe der jeweiligen Repräsentationsform diente, ging es beim zweiten Training um die korrekte Anwendung der Repräsentationsform beim Lösen schwieriger Aufgaben in diesem Bereich. Dieses Training bezog sich speziell auf die Art der Vergleichsaufgaben im Posttest (Toolnutzungsaufgaben). Damit sollte gewährleistet werden, dass die Kinder in den verschiedenen Gruppen ihr Repräsentationswerkzeug in der Domäne, in der sie es im ersten Training kennen gelernt hatten (Mischaufgaben), auch für Problemlöseaufgaben konkret einsetzen konnten. Dabei wurden auch die multiplikativen Prinzipien des proportionalen Denkens vertieft. Es folgte ein zweiter Posttest mit Zuordnungsaufgaben, Konstruktionsaufgaben und Vergleichsaufgaben. Danach wurde der Transfer proportionalen Denkens auf einen fernen Kontext (Geschwindigkeit) und auf Baumischungen (Nahtransfer) getestet. Alle Trainings und Tests wurden zusammen von zwei Versuchsleiterinnen, der Autorin und einer Kollegin, die beide Erfahrung im Unterrichten haben durchgeführt.

6.5 Versuchsteilnehmer

Die Trainingsgruppen

Insgesamt nahmen 67 Kinder der vierten Jahrgangsstufe zwischen 9.01 und 12.01 Jahren (Durchschnittsalter: 10 Jahre, 2 Monate) an dem Trainingsexperiment teil. Die 67 Kinder, davon 33 Jungen und 34 Mädchen, wurden randomisiert den einzelnen Trainingsbedingungen zugeteilt, so dass folgende Zuweisung entstand:

Abstrakter Graph - AG -: (n = 23; 14 Jungen, 9 Mädchen; Durchschnittsalter: 10.00)

Kontextualisierter Graph– KG -: (n = 22; 10 Jungen, 12 Mädchen; Durchschnittsalter:10.02)

Balkenwaage - BW- : (n = 22; 9 Jungen, 13 Mädchen; Durchschnittsalter: 10.05)

Die zeitliche Dauer des Experimentes erstreckte sich von Anfang Juli bis Mitte Dezember 1999. Dadurch ergab sich eine Rekrutierung der Stichprobe von 17 Schülerinnen und 16 Schülern, die sich am Ende der vierten Klasse befanden und im Juli und August 1999 getestet wurden, und von 17 Schülerinnen 17 Schülern, die sich am Anfang der vierten Klasse befanden und zwischen Oktober und Dezember 1999 getestet wurden. Diese Schülerinnen und Schüler wurden gleichmäßig auf die Experimentalgruppen verteilt. Die Kinder wurden in Vierergruppen[27] am Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin, getestet. Sie wurden durch eine kurze Ankündigung des Experimentes in drei Grundschulen der Berliner Bezirke Wilmersdorf und Steglitz rekrutiert, wobei den Eltern eine Aufwandsentschädigung gezahlt wurde.

Basisgruppe

Zusätzlich wurde eine Basisgruppe rekrutiert, bei der die Leistung proportionalen Denkens ohne explizites Training getestet wurde. Es handelt sich um 27 Kinder (17 Jungen und 10 Mädchen), die zwischen 9 Jahren, 8 Monaten, und 11 Jahren, 2 Monaten alt waren (Durchschnittsalter: 10 Jahre 2 Monate) und sich zeitlich im mittleren Drittel der vierten Jahrgangsstufe befanden. Diese Kinder wurden in einer Bayerischen Schule getestet, sie erhielten exakt die gleichen Aufgaben wie die Versuchsteilnehmer der Trainingsgruppen, jedoch statt der Trainingsphasen regulären Unterricht, nämlich Sachkunde (statt Training 1) und Deutsch (statt Training 2).

Ziel des Einbezugs eines Basisgruppe war es, die Testleistung von vergleichbaren Schülern zu eruieren, die nicht an diesem speziellen Training teilgenommen hatten, um damit für alle gegebenen Aufgaben zu kontrollieren, dass allein die wiederholte Darbietung der Aufgaben selber keinen Effekt hatte. Daneben diente die Leistung dieser Gruppe als Vergleich zur Leistung der Trainingsgruppen in den Transferaufgaben (Geschwindigkeit), da hierfür bei der Trainingsgruppe aus methodischen Gründen kein Vortest vorgelegt wurde, und in den Vergleichsaufgaben, die die Basisgruppe ohne Repräsentationsform lösen musste. Natürlich muss bei der Interpretation dieser Daten die eingeschränkte Vergleichbarkeit der Gruppen berücksichtigt werden. Die Basisgruppe wurde im Klassenformat, die Trainingsgruppen aber in Kleingruppen getestet. Zudem stammt die Basisgruppe aus einer anderen Population; es handelt sich um bayerische Schüler, die Schüler der Trainingsgruppen waren aus Berlin. Auf der anderen Seite kann angenommen werden, dass ein

[27] Aufgrund von Krankheitsfällen oder einzelner spontaner Absagen der Kinder, die als Versuchsteilnehmer kurzfristig nicht mehr ersetzt werden konnten, ergaben sich auch – über alle Bedingungen gleichmäßig verteilt - einige kleinere Gruppen.

Vergleich von Schülern auch Berlin und Bayern eher auf eine konservative Testung deutet, da das Leistungsniveau bayerischer Schüler als vergleichsweise hoch gilt. Da die Befunde der Basisgruppe einen interessanten Eindruck über die Leistung von Viertklässlern zum proportionalen Denken geben, die ohne Training mit einer Repräsentationsform erbracht wird, sollen sie hier angemessen (d.h. vorwiegend deskriptiv) diskutiert werden.

6.6 Versuchsmaterial

<u>Für jede Gruppe:</u>

- Testaufgaben
- 2 Tabletts
- 2 sehr große durchsichtige Becher (als Mischgefäße)
- 30 kleine durchsichtige Becher
- 15 durchsichtige Becher (mit Zitronensaft gefüllt)
- 15 durchsichtige Becher (mit Orangensaft gefüllt)
- 1 Eimer (zum Wegkippen der nicht benötigten Mischungen)
- Papiertücher

Außerdem:

- mehrere Blätter des Abstrakten Graphen (siehe Anhang I-1),
- mehrere Blätter des Kontextualisierten Graphen (siehe Anhang I-2),
- vier Balkenwaagen und jeweils 12 silberne und 12 gelbe Muttern als Gewichte (siehe Anhang I-3).

6.7 Das Training

Die Herausforderung bei der Konzeption eines Trainings von proportionalem Denken mit drei verschiedenen Repräsentationsformen innerhalb eines experimentellen Designs besteht darin, die Vergleichbarkeit der drei Experimentalgruppen bei der Durchführung des Trainings zu gewährleisten und trotzdem die spezifischen Handlungsmöglichkeiten (Affordances) jeder Repräsentationsform optimal zu nutzen. Durch dichte Evaluierung und Optimierung des Trainings in einer Pilotstudie (Testung von 24 weiteren Versuchspersonen) kristallisierten sich als Basis für die Konstruktion des Trainings folgende Grundannahmen heraus:

1) Der Inhalt der Trainings ist für alle drei Repräsentationsformen gleich. Konkret heißt das, dass die Art der Aufgaben und die Zahlenverhältnisse, die behandelt werden, fest vorgegeben und durch spezifische, detaillierte Trainingsziele in relativ kurzen Zeitphasen strukturiert sind.

2) Zum Abschluss des ersten Trainings (also nach etwa 90 Minuten und vor dem ersten Posttest) gibt es eine Kontrollaufgabe, die jeder Versuchsteilnehmer individuell korrekt lösen und erklären muss. Damit soll gewährleistet werden, dass jeder Versuchsteilnehmer das vorgegebene Trainingsziel erreicht hat.

3) Um die Charakteristik der jeweiligen Repräsentationsform innerhalb dieses formalen und inhaltlich festgesetzten Rahmens möglichst breit entfalten zu können, erhalten die Kinder größtmöglichen Freiraum, ja werden sogar dazu ermutigt, explorativ, handelnd mit ihrem Tool umzugehen.

4) Unter Wahrung dieser formalen Kriterien sind außerdem auch Gruppendiskussionen, Partnerdiskussionen und gegenseitiges Erklären und Einzelarbeit vorgesehen. Es wurde Wert darauf gelegt, dass jeder Versuchsteilnehmer eine eigene Repräsentationsform zur Verfügung hat.

5) Ziel der Versuchsleiterin war es, eigenes Entdecken der Strukturen - erst die der Repräsentationsform und dann des proportionalen Inhaltes - zu fördern. Dafür standen in jedem Training pro Gruppe zwei erfahrene Trainerinnen zur Verfügung, die sich bereits in den Pilottrainings auch gegenseitig evaluiert hatten. Das Training beschränkte sich also nicht auf einen frontalen Anschauungsunterricht, in dem die Trainerinnen das jeweilige Repräsentationsinstrument vorführt und deren Regeln eintrichtert, sondern das Training sollte das Potential der Repräsentationsform für die Versuchsteilnehmer durch eigenes Handeln optimal zur Entfaltung bringen.

Neben dieser oben genannten Herausforderung der Verbindung von streng experimenteller Methodik und dennoch optimaler Nutzung der individuellen Eigenschaften der unterschiedlichen Repräsentationsformen gab es noch eine weitere Herausforderung: Bei Studien zum Nutzen von externen Repräsentationsformen für kognitive Kompetenzen wird üblicherweise davon ausgegangen, dass die Personen mit dem Umgang dieser Repräsentationsformen entweder durch Vorerfahrung oder durch explizit vermittelnde Instruktion schon vertraut sind. Die Einführung der Kartesischen

Koordinatensysteme (mit dem Graph einer linearen Funktion) geht jedoch üblicherweise mit der Einführung proportionalen Denkens (in der Sekundarstufe) Hand in Hand und baut zu diesem späten Zeitpunkt bereits expliziter auf Grundlagen proportionalen Denkens auf. Eine genaue Differenzierung zwischen der Funktion des Koordinatensystems für das proportionale Verständnis und dem Nutzen des inhaltlich proportionalen Verständnisses für das Verständnis des Koordinatensystems ist dann meist mehr nicht möglich. Wenn aber speziell eine Richtung des Einflusses interessiert und der Nutzen einer Repräsentationsform für die Entwicklung proportionalen Denkens, konkret für die Überwindung eines Misskonzepts, untersucht werden soll, muss bei dem Training besonders darauf geachtet werden, die Repräsentationsform so einzuführen, dass nicht bei der Einführung der Form selbst schon explizit oder implizit (und unbeabsichtigt) proportionales Verständnis vermittelt wird.

Daher musste gewährleistet werden, dass die Versuchsteilnehmer auch ohne explizites Verständnis von Proportionen mit den Repräsentationsformen umgehen können. Dies geschah zum einen durch die oben beschriebene Explorationsphase, die dazu diente, ein erstes spielerisches, entdeckendes Herangehen an die jeweilige Form zu gewährleisten. Zum anderen war das Training so aufgebaut, dass die Versuchsteilnehmer in einer ersten Phase des Trainings ihr Repräsentationsinstrument und dessen Funktion anhand eines sehr leichten Mischungsverhältnisses, das zu gleichen Teilen aus Orangensaft (1 Becher) und Zitronensaft (1 Becher) bestand, kennen lernten. Bei diesem Mischungsverhältnis führt das geforderte Herstellen einer größeren Menge der gleichen Mischung zu der gleichen richtigen Lösung, unabhängig davon, ob die Lösung auf dem (wahrscheinlich vorhandenen) additiven Misskonzept beruht oder durch korrekte Anwendung der multiplikativen Strategie gefunden wurde. Mit dieser ersten Phase wurde also eine optimale Form gefunden, die Funktion der Repräsentationsform zu eruieren, ohne dass die Art der verwendeten Strategie eine Rolle spielt.

Abgesehen von der Verwendung verschiedener Repräsentationsformen ist das Training in allen drei Gruppen gleich. In jeder Gruppe werden die Teilnehmer in proportionalem Denken anhand des gleichen Kontextes, nämlich der Mischung zweier Flüssigkeiten (Orangensaft und Zitronensaft) unterrichtet. Ziel der Trainingsaufgaben war es, von einem bestimmten Mischungsverhältnis unterschiedliche Mengen herzustellen. Nachdem die Kinder also mit einem ersten Mischungsverhältnis (1 : 1) die Funktion ihres Repräsentationsinstruments kennen lernen konnten, nutzten sie dieses und ihre bis dahin gewonnenen Erkenntnisse anschließend, um mit schwierigeren Mischungsverhältnissen (z.B. 2 : 1) zu arbeiten. In diesen Phasen führt das Handeln nach der korrekten multiplikativen Strategie und nach dem additiven Misskonzept zu unterschiedlichen Lösungen. Hier war dann die jeweilige Repräsentationsform als überzeugende Hilfe gefordert, um die Probleme des additiven Misskonzepts zu erkennen und zugunsten der multiplikativen Strategie beim Herstellen proportionaler Verhältnisse aufzugeben.

Für jede Trainingsaufgabe wurden die zur Debatte stehenden Mischungsverhältnisse (Ausgangsmischung und gesuchte Zielmischung) auf zwei Tabletts in kleinen Bechern konkret dargestellt. Die einzelnen Säfte wurden dabei nicht real gemischt, vielmehr stand die jeweilige Anzahl von Orangensaft- und Zitronensaftbechern auf den Tabletts.

6.7.1 Trainingsstruktur

Das Training war inhaltlich in drei große Phasen strukturiert, die sich jeweils wieder in vier bzw. drei kleinere Schritte aufteilten. Wie oben schon beschrieben, diente die erste große Phase vor allem dem Kennenlernen der Funktion der Repräsentationsform. Die Kinder wurden gebeten, von einem 1 : 1-Verhältnis eine größere Menge herzustellen. Aufgabe war es anzugeben, wie viele Becher Orangensaft verwendet werden müssen, wenn statt einem Becher Zitronensaft zwei, fünf oder sieben Becher Zitronensaft genommen werden, aber die Mischung genauso schmecken soll wie die Mischung mit einem Becher Orangensaft und einem Becher Zitronensaft. Die Kinder lernten hier, die jeweiligen Mischungsverhältnisse in ihrer Repräsentationsform abzubilden. Die Kinder der Gruppe mit den Koordinatensystemen erfuhren die Bedeutung der Achsen, der Koordinatenpunkte sowie der Graphen einer linearen Funktion. Sie entdeckten, dass die Koordinatenpunkte für die vier unterschiedlich großen Mischungen, die aber gleich schmecken (deren Verhältnisse zueinander proportional sind), den Graph der gleichen Funktion haben, d.h. auf der gleichen Linie liegen. Die Kinder in der Balkenwaagegruppe eruierten die Bedeutung der zwei verschiedenfarbigen Schrauben als Gewichte und lernten, dass sich die Balance für die vier unterschiedlich großen Mischungen, die gleich schmecken, nicht ändert. Tabelle 6-2 verdeutlicht, welche Verhältnisse trainiert wurden.

Tabelle 6-2: Auflistung der Verhältnisstrukturen (Orangensaftbecher : Zitronensaftbecher), die in den einzelnen Trainingsphasen thematisiert werden. Die in Klammern gesetzten Zahlen verdeutlichen die Anzahl der Orangensaftbecher, die von den Versuchsteilnehmern gefunden werden müssen.

	Ausgangsverhältnis Becher Orangensaft : Becher Zitronensaft			
Phase 1	1 : 1	(2) : 2	(5) : 5	(7) : 7
Phase 2	2 : 1	(4) : 2	(6) : 3	(8) : 4
Phase 3	3 : 1	(6) : 2	(9) : 3 Abschlusstest	

In einer zweiten Phase waren die Kinder aufgefordert Mischungen zu finden, deren Geschmack einer 2 (Orangensaftbecher) : 1 (Zitronensaftbecher)-Mischung entsprach. Gefordert war, dass die neue Mischung statt einem Becher Zitronensaft zwei, drei bzw. vier Becher Zitronensaft enthalten sollte. In dieser Phase kollidierten erstmals Lösungsvorschläge, die auf dem falschen Konzept der additiven Vermehrung beruhten, mit Lösungsvorschlägen, die mithilfe einer multiplikativen Strategie und somit mit der Darstellung durch die Repräsentationsform zustande gekommen waren. Bei der Vermehrung der 2 : 1-Mischung auf eine x : 2-Mischung zeigt sich erstmals eine Art "kognitiver Konflikt" zwischen der falschen Überzeugung, durch gleichmäßiges Hinzunehmen von jeweils einem Becher pro Saftart eine gleiche Mischung zu kreieren mit der Darstellung an der Repräsentationsform. Eine 3 : 2-Mischung läge auf einer anderen Linie als die ursprüngliche 2 : 1-Mischung, bzw. beim Stecken der 3 : 2-Mischung auf der Balkenwaage bleibt die für die 2 : 1-Mischung eingestellte Balance nicht erhalten.

6.7.2 Trainingsmethodik

Die Kinder wurden innerhalb einer Trainingsbedingung in Vierergruppen trainiert. Damit wurde dem Ziel Rechnung getragen, dass die Kinder zum einen selbst mit den Repräsentationsformen handelnd umgehen und diese erkunden können, aber zum anderen durch die gemeinsame Benutzung mit einem Partner auch zum Austausch über diese Repräsentationsform und die damit verbundene Thematik des proportionalen Denkens angeregt werden. Man geht davon aus, dass kooperativ Lernende ihre jeweiligen Interpretationen untereinander kommunizieren und aushandeln und auf diese Weise zu elaborierteren Wissensstrukturen als beim individuellen Lernen gelangen (Greeno, 1991; Renkl & Mandl, 1995). Es kann angenommen werden, dass die Artikulation der eigenen Gedanken zu einem

Problemgebiet den Lernenden dazu veranlasst, sich über das eigene Vorgehen bewusst zu werden Schwartz (1995). Ergebnisse von Ben-Cham, Fitzgerald, Bendetto und Miller (1998) unterstützen diese Annahme. Sie fanden beispielsweise, dass Siebtklässler gute Erfolge beim proportionalen Denken haben, wenn sie mittels kollaborativen Lernens ihr Wissen selbständig konstruieren statt wenn sie es in lehrerzentrierter Interaktion vermittelt bekommen. Dennoch wurde innerhalb des Trainings in den Vierergruppen darauf geachtet, die individuelle Kompetenz jedes Kindes zu fördern. Es wurde Wert darauf gelegt, dass jedes Kind aktiv mit seiner Repräsentationsform umgeht, und es wurden von jedem Kind Erklärungen zu den betreffenden Trainingsaufgaben eingeholt.

Neben der Arbeit in Vierergruppen, die vor allen Dingen für explorative Fragen genutzt wurde, wurden Ergebnisse und Erklärungen in einem Forum besprochen, das die Versuchsleiterinnen in einer Art sokratischem Dialog leiteten. Viel Wert wurde darauf gelegt, dass den Kindern Raum gegeben wurde, die Affordances, also die Handlungsangebote, der Repräsentationsform selbst zu explorieren und im Zusammenhang mit den Anforderungen der gestellten Aufgaben die für die jeweilige Repräsentationsform besten Umgangsweisen bzw. Regeln selber zu entdecken.

7. Ergebnisse

Hauptziel dieser Arbeit ist es, den Einfluss des Umgangs mit verschiedenen Repräsentationsformen auf die Entwicklung proportionalen Denkens - speziell die Überwindung des additiven Misskonzepts beim Herstellen proportionaler Verhältnisse - zu untersuchen. Es soll erforscht werden, ob Lernende das additive Misskonzept unterschiedlich erfolgreich aufgeben, in Abhängigkeit davon, mit welcher von drei hinsichtlich ihrer intuitiven Interpretierbarkeit und ihrem Bezug zum Trainingskontext verschiedenen Repräsentationsformen sie umgehen.

Neben dem Interesse an dem Nutzen der Repräsentationsformen für die Überwindung eines Misskonzepts betrifft eine weitere Fragestellung die spontane und effektive Nutzung der Repräsentationsform als Werkzeug (tool) für das Lösen von rechnerisch anspruchsvollen Aufgaben zum proportionalen Denken.

Die Ergebnisse zu diesen zwei Fragestellungen werden separat in zwei Unterkapiteln behandelt. Dennoch werden so weit wie möglich verschiedene Unterfragestellungen in einer gemeinsamen Auswertung analysiert, um eine a-Fehler-Kumulierung zu vermeiden. Die hier referierten univariaten Effekte waren zuvor alle in der globalen Teststatistik der Multivariaten Varianzanalyse signifikant. Alle Hypothesen werden gemäß ihrer Spezifizierung einseitig und auf einem a-Fehler-Niveau von 5% getestet. Für alle Analysen gilt außerdem ein Einbezug der Mathematiknote als Kovariate, um einen potentiellen Effekt der mathematischen Vorkenntnisse zu berücksichtigen.

In den folgenden Unterkapiteln werden nun die Ergebnisse zum Nutzen der Repräsentationsform für die Entwicklung proportionalen Denkens (Punkt 7.1) und zur Nutzung der Repräsentationsform (Punkt 7.2) dargestellt.

7.1 Nutzen der Repräsentationsform für die Überwindung eines mathematischen Misskonzeptes

Bevor der Effekt des Trainings auf die Leistung beim proportionalen Training ausgewertet wird, soll eine Voranalyse die Vergleichbarkeit der drei Trainingsgruppen bezüglich ihres mathematischen Vorwissens und ihrer Leistung im Vortest mit Proportionsaufgaben klären. Für beide Variablen ergaben sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den drei Trainingsgruppen: $F(2, 64) = .78$, n.s[28]. für die Mathematiknote; $F(2, 64) = .72$, n.s. für die Leistung im Vortest.

[28] Die Ergebnisse dieser und aller folgender Analysen dieses Unterpunktes sind detailliert in den Varianztabellen

Auch bei Einbezug der Basisgruppe unterscheiden sich die Versuchsteilnehmer nicht in ihrer Vortestleistung $F(3, 90) = .56$, n.s. Für den Vergleich der Mathematiknote bei allen vier Gruppen ergab sich allerdings ein Unterschied $F(3, 90) = 2.92$, $p < .05$., der hauptsächlich auf die schlechtere Leistung der Basisgruppe gegenüber der Gruppe des Abstrakten Graphen zurückzuführen ist.

7.1.1 Erwerbskontext

Der Einfluss eines Trainings mit verschiedenen Repräsentationsformen auf die Leistung beim proportionalen Denken

In einer ersten Auswertung soll zunächst global der Trainingseffekt getestet werden. Die allgemeine Leistungssteigerung der Trainingsgruppenteilnehmer zeigt sich an zwei Parametern. Zum einen durch einen Vergleich der Leistung der Trainingsgruppenteilnehmer über die drei Tests. Und zum anderen durch einen Vergleich mit den Leistungen der Basisgruppe. Wie die Balken in Abbildung 7-1 zeigen, konnte die Erwartung bestätigt werden, dass sich vom Vortest ($M = 2.3$, $SD = 3.16$) zu den beiden Posttests (Posttest 1: $M = 4.60$, $SD = 3.26$; Posttest 2: $M = 5.18$, $SD = 3.32$) die durchschnittliche Leistung aller Trainingsgruppenteilnehmer in den Aufgaben zum proportionalen Denken auf die zwei Posttests steigert.

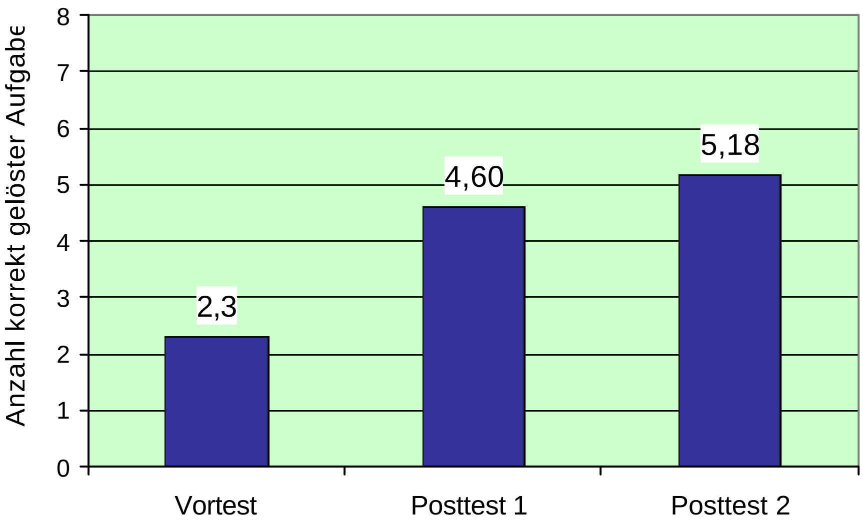


Abbildung 7-1: Durchschnittliche Leistung aller Trainingsgruppenteilnehmer bei den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" (maximal acht) im Vortest, Posttest 1 und Posttest 2

Die nächste Abbildung (Abbildung 7-2; die drei linken Balkengruppen) zeigt, dass diese Leistungssteigerung über die drei Messzeitpunkte für jede der drei Repräsentationsformen gilt. Vor

im Anhang II-2 aufgeführt.

allen Dingen zwischen Vortest und erstem Posttest macht sich dieser Trend deutlich für alle drei Gruppen bemerkbar (Unterschied zwischen dem jeweils linken und dem mittleren Balken einer Balkengruppe).[29] Die Verbesserung vom ersten auf den zweiten Posttest scheint sich allerdings bei den drei Trainingsgruppen unterschiedlich stark zu zeigen. Die Versuchspersonen der Balkenwaagegruppe scheinen mehr vom zweiten Training profitiert zu haben als die Gruppe des Kontextualisierten und noch mehr als die Gruppe des Abstrakten Graphen. Im Gegensatz zu den Trainingsgruppen verdeutlicht die Balkengruppe ganz rechts in Abbildung 7-2, dass sich die Basisgruppe in ihrer Leistung zwischen dem Vor- und den Posttests nicht stark unterschied. Diese sehr ähnlichen Mittelwerte bestätigen die Ergebnisse der Pilotuntersuchung und verdeutlichen, dass allein die wiederholte Darbietung von Aufgaben mit ähnlichen Verhältnissen, so wie sie in den verschiedenen Tests vorgefunden werden, nicht per se zu einer gesteigerten Leistung führt. Potentielle Leistungsunterschiede der Trainingsgruppen zwischen den einzelnen Tests müssen also auf das jeweils dazwischenliegende Proportionstraining mit den externen Repräsentationsformen zurückgeführt werden.

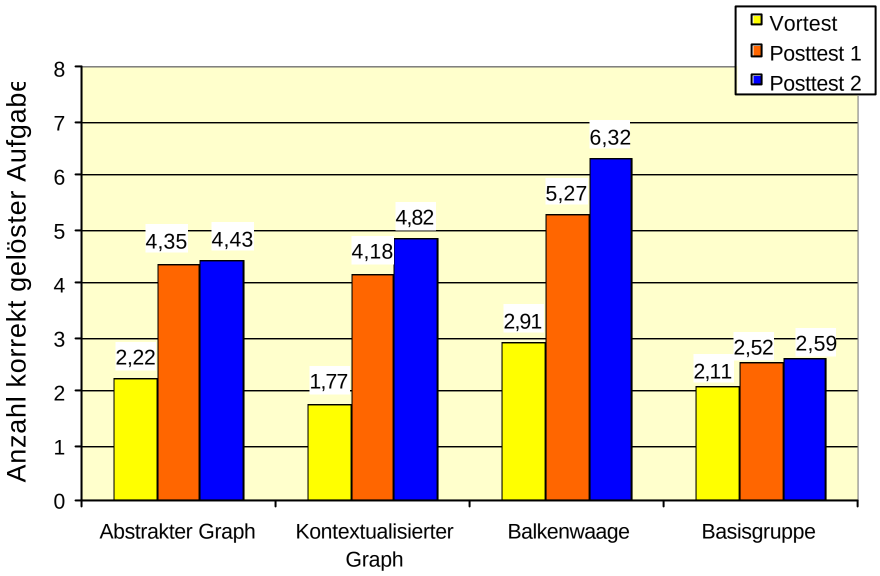


Abbildung 7-2: Durchschnittliche Leistung der Teilnehmer der drei unterschiedlichen Trainingsgruppen sowie der Basisgruppe bei den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" (maximal acht) im Vortest, Posttest 1 und Posttest 2

29 Die Mittelwerte und Standardabweichungen der einzelnen Gruppen werden detailliert im Anhang II-1 aufgeführt.

Inferenzstatistische Auswertung für die Trainingsgruppenteilnehmer

Eine 3 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor und der Mathematiknote als Kovariate bestätigt für die Trainingsgruppen die statistische Signifikanz der Leistungsunterschiede über die drei Messzeitpunkte hinweg, $F(1; 63)$[30] = 11.06, $p <$ .05. Es ergab sich ein Effekt von d = .89 (Cohen, 1977), welcher zudem die hohe praktische Signifikanz dieses Ergebnisses verdeutlicht.

Ein Training zum Herstellen proportionaler Verhältnisse mit externen Repräsentationsformen scheint sich also deutlich auf die entsprechende Leistung ausgewirkt zu haben. Geplante Kontraste verdeutlichen, dass sich diese Leistungsunterschiede zwischen den drei Messzeitpunkten besonders auf den Zeitraum Vortest – Posttest 1 beziehen: $F(1, 63) = 11.33$, $p < .05$, während die Leistungsunterschiede zwischen Posttest 1 und Posttest 2 nicht signifikant sind: $F(1, 63) = 1.62$, n.s.

Etwas anders verhält es sich mit den erwarteten Unterschieden zwischen den einzelnen Trainingsbedingungen. Zur leichteren Interpretation möchte ich dafür auf Abbildung 7-3 verweisen, die vergleichend die Mittelwerte der drei Trainingsgruppen pro Test darstellt. Es zeigt sich bei beiden Posttests eine deutliche Überlegenheit der Balkenwaagegruppe (heller Balken) gegenüber den beiden Graphengruppen.[31] Trotz der tendenziellen Überlegenheit der Balkenwaagegruppe in den beiden Posttests zeigt eine Überprüfung des unterschiedlichen Lerngewinns der drei Gruppen in der 3 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse (die Interaktion zwischen Bedingung und Messzeitpunkt) statistisch keine signifikanten Unterschiede, $F(2, 63) = .60$, n.s. Ebenso verhält es sich mit dem Haupteffekt Bedingung, $F(2, 63) = 1.95$, n.s. Die Kovariate Mathematiknote trägt auf der anderen Seite signifikant zur Aufklärung der Varianz bei: $F(1, 63) = 5.72$, $p < .05$. Kinder mit besseren Mathematiknoten zeigen also auch bessere Leistungen in den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" in den drei Tests.

[30] Dieses Ergebnis wurde konservativ mit einer Korrektur der Freiheitsgrade (lower bound) aufgrund der Signifikanz des Spherizitätstests gerechnet. Im Anhang II-3 befinden sich die Varianztabellen für diese und alle folgenden Analysen dieses Unterpunkts.

[31] Es muss jedoch auch bemerkt werden, dass die Balkenwaagegruppe schon im Vortest mit tendenziell besseren Ausgangswerten startete (die sich jedoch nicht signifikant von den Werten der beiden Graphengruppen unterschieden: $F(2, 64) = .72$, n.s.

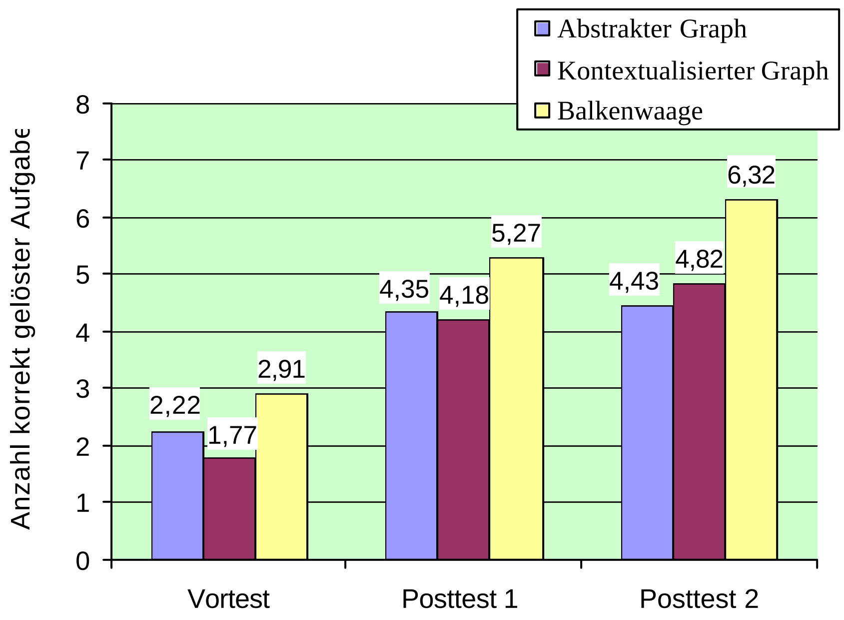


Abbildung 7-3:Durchschnittliche Leistung der Teilnehmer der drei Trainingsgruppen bei den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" im Vortest, Posttest 1 und Posttest 2

Dennoch soll dieses Ergebnis nicht über interessante Effekte hinwegtäuschen, die bei einer genauen Analyse der beiden einzelnen Trainings deutlich werden.

Eine genauere Analyse des Gewinns vom zweiten Training, durchgeführt als univariate Varianzanalyse mit den Differenzwerten zwischen Posttest 2 und Posttest 1 und der Berücksichtigung der Mathematiknote und der Ausgangswerte des Vortests als Kovariate zeigt interessante Effekte für die Balkenwaagegruppe ($M = 1.05$, $SD = 2.19$ für die Balkenwaage; $M = 0.64$, $SD = 1.92$ für den Kontextualisierten Graph; $M = 0.08$, $SD = 1.38$ für den Abstrakten Graph). Zwar verfehlt der Haupteffekt Bedingung knapp die Signifikanzgrenze ($F(2, 62) = 1.84$, $p = .08$), jedoch bestätigen geplante Kontraste einen signifikanten Unterschied zwischen der Gruppe der Balkenwaage und der Gruppe des Abstrakten Graphen, $p < .05$. Damit konnte statistisch bestätigt werden, dass die Balkenwaagegruppe etwas mehr von einem zweiten Proportionstraining mit ihrer Repräsentationsform profitiert hat als die Gruppe mit dem Abstrakten Graphen. Die als Kovariate gemessene Vortestleistung und die Mathematiknote erreichen nicht die Signifikanzgrenze.

Bezüglich des Profits vom ersten Training zeigen sich nicht diese Unterschiede. Eine univariate Varianzanalyse mit den Differenzwerten zwischen Posttest 1 und Vortest belegt, dass sich die deutlichen Leistungsgewinne durch das Training gleichermaßen auf alle Trainingsgruppen beziehen: $F(2, 63) = .05$, n.s. Auch der als Kovariate getestete Effekt der Mathematiknote erreichte keine Signifikanzgrenze.

7.1.2 Transferkontext - Geschwindigkeit

Der Einfluss eines Proportionstrainings mit verschiedenen Repräsentationsformen auf die Leistung in einem Transferkontext

Für den Transferkontext wurde erwartet, dass die Lernenden aller Trainingsgruppen ihr in einem Saftmischkontext erworbenes Wissen auf einen Geschwindigkeitskontext übertragen können. Gerichtete Hypothesen über Leistungsunterschiede zwischen den einzelnen Trainingsgruppen wurden für diese Aufgaben des "Puren Proportionalen Denkens" nicht gestellt. Zwar wird dem Abstrakten Graphen durch Weglassung von strukturell irrelevanten Oberflächenmerkmalen ein Vorteil bei der Behandlung von Transferaufgaben zugesprochen, allerdings nur dann, wenn er auch tatsächlich eingesetzt wird (Aufgaben zur Toolnutzung, siehe Punkt 7.2). Da in den vorliegenden Aufgaben jedoch entscheidend ist, inwieweit sich ein korrektes proportionales Verständnis gefestigt hat, um dann – ohne Repräsentationsform - auf einen anderen Kontext übertragen zu werden, wird hier der vorteilhaften Struktur des Graphen keine entscheidende Bedeutung zugesprochen.

Abbildung 7-4 zeigt die durchschnittliche Leistung der drei Trainingsgruppen sowie der Basisgruppe in den entsprechenden Aufgaben zum proportionalen Denken innerhalb des Geschwindigkeitskontextes.

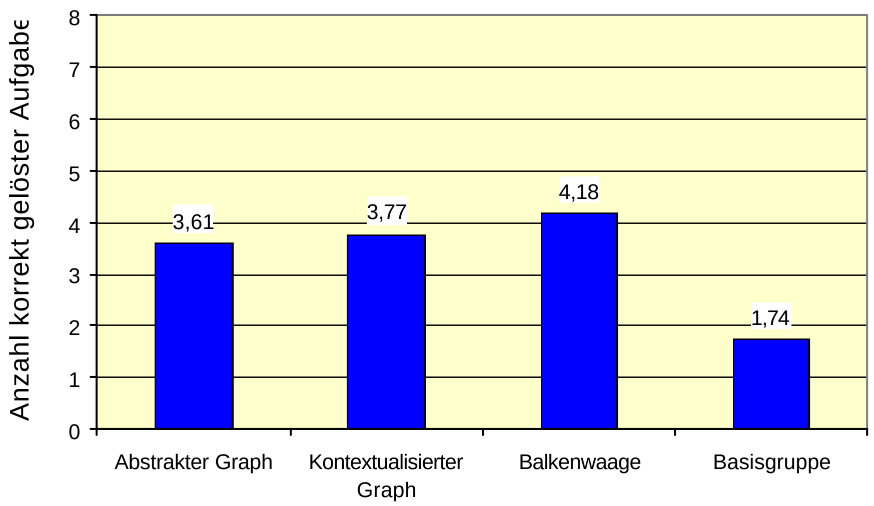


Abbildung 7-4: Durchschnittliche Leistung der Teilnehmer der drei Trainingsgruppen sowie der Basisgruppe bei den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" in den Geschwindigkeitsaufgaben

Wie erwartet zeigten sich zwischen den drei verschiedenen Trainingsbedingungen keine deutlichen Unterschiede. Dies belegt auch eine univariate Varianzanalyse: $F(2, 61) = .34$, n.s[32]. Ein Vergleich

[32] Die Ergebnisse dieser und aller nachfolgenden Analysen sind detaillierter in den Varianztabellen im Anhang II-4 aufgeführt.

mit den Werten des zweiten Posttests (Abbildung 7-3) zeigt eine doch deutlich niedrigere Leistung, die (bei Einbezug der Vortestwerte und der Mathematiknote) allerdings statistisch nicht signifikant ist. Wie kann nun getestet werden, ob diese Leistung dennoch mit dem Proportionstraining im Mischkontext zusammenhängt? Es könnte argumentiert werden, dass Kinder in der Grundschulzeit auch intuitiv ein angehendes Verständnis von Geschwindigkeiten entwickeln, wie es in einigen Bundesländern im Curriculum der vierten Klasse sogar gefordert wird (siehe Kapitel 4). Die immerhin durchschnittlichen Leistungen würden dann also auf ein unabhängig von dem Training (eventuell in der Schule) erworbenes Verständnis proportionaler Verhältnisse im Geschwindigkeitskontext zurückzuführen sein und nicht auf das Proportionstraining mit Repräsentationsformen im Mischkontext.

Da auf einen Vortest in diesem Gebiet aus methodischen Gründen verzichtet wurde, kann der potentiell durch das Training erworbene Lerngewinn im Transferkontext nicht direkt festgestellt werden. Drei Argumente sprechen jedoch für einen generellen Trainingseffekt auf die Fähigkeit zum proportionalen Denken im Geschwindigkeitskontext. Erstens verdeutlicht ein Vergleich zwischen Trainingsgruppe und Basisgruppe die besseren Leistungen aller drei Gruppen mit Repräsentationsform gegenüber der Basisgruppe, die kein Training erhielt. Mit einem Hinweis auf die gebotene Vorsicht des Vergleichs der Basisgruppe und der Trainingsgruppe sollen hier auch die inferenzstatistische Auswertung wiedergegeben werden, die die statistische Signifikanz dieses Unterschieds illustriert: $F(3, 88) = 2.5$, $p < .05$[33].

Zweitens kann auch gezeigt werden, dass es – zumindest in der vorliegenden Stichprobe – während des vierten Schuljahres keinen Lerngewinn bei den Aufgaben zum proportionalen Denken innerhalb des Geschwindigkeitskontextes gab. Dies ergab eine einfaktorielle Varianzanalyse der Leistung in den Geschwindigkeitsaufgaben mit dem Faktor Testzeitpunkt (Testung am Anfang oder am Ende des vierten Schuljahres): $F(1, 65) = 1.79$, n.s.

Schließlich konnte ein deutlicher Einfluss der Kovariate Posttest 2 festgestellt werden ($F(1, 61) = 30.56$, $p < .05$), während die Kovariate des Vortests keinen signifikanten Einfluss auf die Leistung der Trainingsgruppen in diesem Kontext hatte: $F(1, 61) = 0$, n.s. Auch dies deutet auf einen Effekt des Trainings auf diese Leistung in einem Transferkontext hin. Obwohl sich keine Unterschiede zwischen den einzelnen Trainingsbedingungen im Transferkontext ergeben haben, kann man aus den

[33] Neben dem Faktor Bedingung wurde auch die als Kovariate getestete Variable Vortest signifikant (siehe Anhang II-4-3a).

oben genannten Gründen davon ausgehen, dass das Training an sich einen Einfluss auf die Leistung im proportionalen Denken in einem Transferkontext hatte. Erwähnt werden sollte noch, dass auch die Mathematiknote keinen Einfluss auf die Leistung der Kinder im Geschwindigkeitskontext hatte: $F(1, 61) = 0.05$, n.s.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, dass sich die erwarteten Hypothesen teilweise bestätigen ließen. Es ließ sich bestätigen, dass ein Training zum proportionalen Denken einen deutlichen Einfluss auf die Leistung auf diesem Gebiet hatte. Es zeigten sich im Trend auch die erwarteten Unterschiede zwischen den einzelnen Bedingungen. So zeigten die Kinder der Balkenwaagegruppe in jedem Test tendenziell bessere Leistungen als die Versuchsteilnehmer der beiden Graphengruppen. Statistisch konnte dieser Trend vor allem bezüglich des größeren Profits der Balkenwaagegruppe vom zweiten Training gegenüber der Gruppe des Abstrakten Graphen belegt werden. Allerdings verfehlten die Unterschiede zwischen den Gruppen über alle Trainings hinweg die Signifikanzgrenze.

In dem Transferkontext unterschieden sich die Gruppen der drei Trainingsbedingungen kaum; allerdings setzten sie sich in ihrer Leistung deutlich von einer Gruppe ab, die kein Training erhielt. Dies und der signifikante Einfluss der Kovariate Posttest 2 sind ein Hinweis für den erfolgreichen Transfer des in dem Trainingskontext der Saftmischungen erworbenen Wissens auf den Transferkontext der Geschwindigkeit – und zwar für alle Trainingsgruppen.

7.2 Nutzung der Repräsentationsform und ihre Effizienz in anspruchsvollen Vergleichsaufgaben

Während in den vorangegangenen Abschnitten der Nutzen des Umgangs mit Repräsentationsformen für die Überwindung eines mathematischen Misskonzepts diskutiert wurde, beschäftigen sich die folgenden Analysen mit der spontanen Nutzung der Repräsentationsform selber. Dafür wird zunächst die mittlere Häufigkeit der spontanen Nutzung der Repräsentationsform als Problemlösewerkzeug in den verschiedenen Tests dargestellt und analysiert (Punkt 7.2.1). Der Einfluss der Nutzung der Repräsentationsform auf die korrekte Lösung bei diesen anspruchsvollen Rechenaufgaben wird dann in einem anschließenden Abschnitt (Punkt 7.2.2) behandelt.

7.2.1 Häufigkeit der spontanen Nutzung der Repräsentationsform

Die spontane Nutzung der Repräsentationsform zur Problemlösung wird als Indikator dafür gewertet, als wie ansprechend und nützlich sie für die Lösung schwieriger Vergleichsaufgaben betrachtet wird.

Da diese Aufgaben in der vierten Klasse nicht ohne Repräsentationsform korrekt gelöst werden können, könnte die (fehlende) Erkenntnis der Nützlichkeit auch ein Indikator für die Robustheit des Misskonzepts sein. Abbildung 7-5 gibt einen Überblick über die mittlere Häufigkeit, mit der die drei Trainingsgruppen ihre Repräsentationsform für die Bearbeitung von jeweils drei Aufgaben in den Tests zum Erwerbskontext der Saftmischungen (Posttest 1 und Posttest 2) und den Transferkontexten Geschwindigkeit (Ferntransfer) und Baumischung (Nahtransfer) spontan verwendeten. Die Ergebnisse werden jeweils zunächst deskriptiv und dann inferenzstatistisch ausgewertet.

Vorab noch eine Bemerkung zu der inferenzstatistischen Auswertung, bei der mit Varianzanalysen und t-Tests gearbeitet wird. Es fällt auf, dass bei der geringen Ausprägungsmöglichkeit der untersuchten Variable (maximal vier Werte) die Annäherung der Fehlerkomponenten an eine Normalverteilung nicht optimal erfüllt sein kann. Somit könnte kritisiert werden, dass die erforderlichen Voraussetzungen für die Durchführung der Varianzanalyse verletzt sind. Dieses Problem kann jedoch in Anbetracht der Robustheit der Varianzanalyse gegen die Verletzung ihrer Voraussetzungen vernachlässigt werden, wenn – so wie es hier der Fall ist - gleiche Zellenbesetzungen vorliegen (Glass, Peckham & Sanders, 1972; Hakstian, Rogers & Cattell, 1982). Um die maximale Teststärke zu erhalten, wurde hier im Vertrauen auf ihre Robustheit nicht auf Varianzanalysen verzichtet. Dennoch wurden bei allen Analysen entsprechende non-parametrische Verfahren (z.B. Kruskal-Wallis) zusätzlich durchgeführt, die ausnahmslos die jeweils gefundenen Resultate bestätigen. Dies gilt für alle Analysen unter Punkt 7.2.

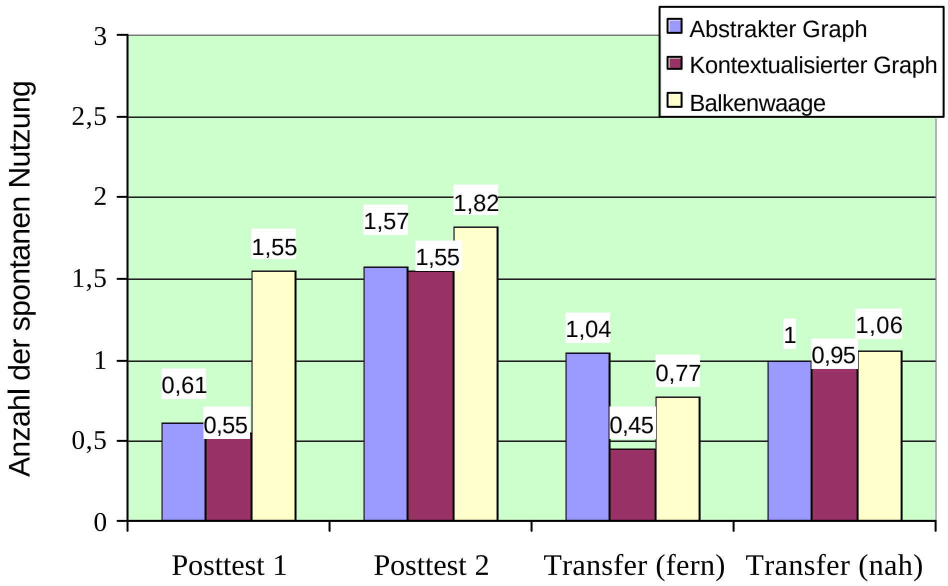


Abbildung 7-5: Mittlere Nutzungshäufigkeit der Repräsentationsform bei der Bearbeitung von insgesamt je drei Vergleichsaufgaben

Die Ergebnisse sollen nun im Hinblick auf die entsprechenden Hypothesen analysiert werden. Auch hier gilt, dass alle Hypothesen gemäß ihrer Spezifizierung einseitig und auf einem a-Fehler-Niveau von 5% getestet werden.

7.2.1.1 Erwerbskontext

Der Einfluss der Repräsentationsform auf ihre spontane Nutzung im ersten Posttest

Es wurde erwartet, dass die Lernenden der Balkenwaagebedingung ihre Repräsentationsform nach einem ersten Kennenlernen in Training 1 schneller spontan als Problemlösewerkzeug nutzen als die Versuchsteilnehmer der beiden Graphenbedingungen. Konkret heißt dies, dass für den ersten Posttest ein deutlicher Unterschied zwischen den Lernenden der unterschiedlichen Trainingsbedingungen bezüglich der Häufigkeit ihrer spontanen Toolnutzung erwartet wurde.

Wie in Abbildung 7-5 ersichtlich, kann diese Erwartung bestätigt werden. Die Lernenden der Balkenwaagebedingung (rechte Säule) nutzten im ersten Posttest ihre Repräsentationsform spontan häufiger (M = 1.55, SD = 1.26) für die Bearbeitung von anspruchsvollen Vergleichsaufgaben als die Lernenden der Bedingung Abstrakter Graph (linke Säule: M = 0.61, SD = 1.03) und Kontextualisierter Graph (mittlere Säule: M = 0.55, SD = 1.01).

Eine univariate Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung und der Kovariate Mathematiknote bestätigt diese Hypothese: $F(2, 63) = 5.59$, $p < .05$[34]. Geplante Kontraste der drei einzelnen Bedingungen verdeutlichen den signifikanten Unterschied zwischen den Lernenden der Balkenwaagebedingung und den Lernenden der Bedingung Abstrakter Graph einerseits und den Unterschied zwischen den Lernenden der Balkenwaagebedingung und den Lernenden der Bedingung Kontextualisierter Graph andererseits ($p < .05$ für beide Vergleiche).

<u>Der Einfluss eines Trainings zum Gebrauch der Repräsentationsform: Vergleich Posttest 1 – Posttest 2</u>

In einer anschließenden 2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor und Mathematiknote als Kovariate wurde der Effekt des Trainings getestet, das speziell den Gebrauch der Repräsentationsformen als Problemlösewerkzeug in anspruchsvollen Aufgaben verdeutlichte (Training 2). Diese Analyseform wurde gewählt, um gleichzeitig eine potentielle Interaktion zwischen Zeit und Bedingung zu testen. Wie es auch bereits die Mittelwerte in Abbildung 7-5 erkennen lassen, konnte eine deutliche Steigerung der spontanen Nutzung der Repräsentationsform vom ersten zum zweiten Posttest festgestellt werden: $F(1, 63)$ 4.59, $p < .05$. Über alle Gruppen hinweg steigerte sich vom ersten zum zweiten Posttest die Häufigkeit der Nutzung der Repräsentationsform nach einem spezifischen Training (Training 2). Weiterhin verweist diese Analyse auch auf einen signifikanten Unterschied zwischen den Bedingungen: $F(2, 63) = 3.27$, $p < .05$. Geplante Kontraste zeigen den Unterschied zwischen den Versuchsteilnehmern der Bedingung Balkenwaage und Abstrakter Graph einerseits sowie zwischen den Versuchsteilnehmern der Bedingung Balkenwaage und Kontextualisierter Graph andererseits (beide $p < .05$).

Eine differenzierte Betrachtung der Mittelwerte der einzelnen Gruppen weist jedoch darauf hin, dass sich vor allen Dingen die Versuchsteilnehmer der beiden Graphenbedingungen deutlich in der Häufigkeit der Nutzung ihrer Repräsentationsform von Posttest 1 zu Posttest 2 steigerten. Würde man für jede Bedingung separat Einzelvergleiche durchführen, ergäbe sich auch eine statistische Bestätigung dieses Unterschiedes für die Versuchsteilnehmer des Abstrakten Graphen ($t(22) = -2.90$, $p < .05$) und des Kontextualisierten Graphen ($t(21) = -2.98$, $p < .05$), nicht aber für die Gruppe der Balkenwaage ($t(21) = -.74$, n.s.). Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass die Interaktion zwischen Bedingung und Zeitfaktor in dem Generellen Linearen Modell die Signifikanzgrenze verfehlt und diese Einzelbefunde daher nur deskriptiv betrachtet werden sollen.

[34] Die Ergebnisse dieser und aller nachfolgenden Analysen in diesem Unterpunkt sind detailliert in den

7.2.1.2 Transferkontext

Der Einfluss der Repräsentationsform auf ihre spontane Nutzung in Transferaufgaben

Für die Transferkontexte wurde erwartet, dass die Lernenden in den beiden Graphenbedingungen ihre Repräsentationsformen häufiger spontan als Problemlösewerkzeug nutzen als Lernende der Balkenwaagebedingung, da mit Graphen intensive Größen (hier Geschwindigkeit) leichter abgebildet werden können. Wie aus Abbildung 7-5 ersichtlich, scheint sich diese Annahme nicht bestätigen zu lassen - vor allen Dingen nicht für den Kontextualisierten Graphen. So setzen zwar die Kinder in der Gruppe des Abstrakten Graphen ihr Repräsentationswerkzeug am häufigsten von allen drei Untersuchungsbedingungen ein (M = 1.04, SD = 1.40), jedoch gefolgt von der Gruppe der Balkenwaagebedingung (M = 0.77, SD = 1.23) und erst dann vor der Gruppe des Kontextualisierten Graphen (M = 0.45, SD = 1.06). Eine einfaktorielle Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung und der Kovariate Mathematiknote konnte keinen signifikanten Unterschied zwischen den drei Untersuchungsbedingungen in der Nutzung ihrer Repräsentationsformen im Ferntransfer bestätigen: $F(2, 63) = 1.71$, n.s.

Einfluss der Ähnlichkeit zwischen Transferkontext und Trainingskontext auf die Nutzung der Repräsentationsform

In einer anschließenden Analyse wurde der Einfluss der Nähe des Transferkontextes zu dem Erwerbskontext geprüft. Es wurde angenommen, dass die Lernenden aller Bedingungen ihre Repräsentationsform häufiger in Problemlöseaufgaben des Nahtransfers (Baumischverhältnis, bestehend aus extensiven Größen – ähnlich wie im Training) als in einem Ferntransferkontext (Geschwindigkeitsverhältnis, bestehend aus intensiven Größen) nutzen würden. Ein Blick auf die in Abbildung 7-5 dargestellten Mittelwerte verdeutlicht jedoch, das sich über alle Versuchsbedingungen hinweg die Häufigkeit der Nutzung der Repräsentationsform im Nahtransfer nicht signifikant von der Nutzungshäufigkeit in Aufgaben des Ferntransferkontextes unterscheidet: $F(1, 56) = .44$, n.s. Lediglich die Versuchsteilnehmer der Bedingung des Kontextualisierten Graphen scheinen ihre Repräsentationsform häufiger im Nahtransferkontext zu benutzen als im Ferntransferkontext. Jedoch würden auch Einzelvergleiche keine signifikanten Unterschiede innerhalb der Gruppen belegen: AG: $t(22) = .13$, n.s.; KG: $t(18) = -1.84$, $p = .08$; BW: $t(17) = -.42$, ns.

Auch innerhalb des Nahtransferkontextes unterschieden sich die drei Trainingsgruppen nicht signifikant in der Häufigkeit der spontanen Nutzung ihrer Repräsentationsform: $F(2, 56) = .11$, n.s.

Varianztabellen im Anhang II-6 aufgeführt.

7.2.1.3 Zusammenfassung der Ergebnisse und deskriptive Analysen

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass sich beide Annahmen bezüglich des Erwerbskontextes (Posttest 1 und Posttest 2) bestätigen ließen, während die Erwartungen zum Transferkontext nicht bestätigt werden konnten. So konnte bestätigt werden, dass die Balkenwaage schneller, d.h. bereits im ersten Posttest, als noch kein spezifisches Training zur Nutzung der Repräsentationsformen für dieses Aufgabenformat stattgefunden hatte, spontan zur Lösungsfindung bei entsprechenden Problemaufgaben herangezogen wurde. Damit unterschied sie sich in der Häufigkeit ihrer Verwendung signifikant von der Gruppe der Versuchsteilnehmer in den beiden Graphenbedingungen.

Zum anderen konnte bestätigt werden, dass alle Versuchsteilnehmer von einem Training profitierten, das die effektive Nutzung der jeweiligen Repräsentationsform für entsprechende anspruchsvolle Vergleichsaufgaben behandelte. Die deskriptiven Ergebnisse verdeutlichen zudem, dass das Training zur Handhabung der Repräsentationsform als Problemlösewerkzeug ganz besonders bei den beiden Graphengruppen zur gesteigerten spontanen Anwendung ihrer Repräsentationsform führte. Dennoch verwendeten über beide Posttests hinweg die Versuchsteilnehmer der Balkenwaagegruppe ihre Repräsentationsform am häufigsten zur Lösung anspruchsvoller Aufgaben.

Nicht bestätigt werden konnte die Annahme, dass beide Graphengruppen ihre Repräsentationsform in einem Transferkontext mit intensiven Größen häufiger spontan einsetzen als die Balkenwaagengruppe. Tendenziell zeigte sich jedoch ein Vorteil der Gruppe des Abstrakten Graphen gegenüber den beiden übrigen Bedingungen. Auch die Nähe der Transfersituation zu der Erwerbssituation bewirkte nur einen tendenziellen Unterschied in der Häufigkeit der Nutzung der Repräsentationsform. In keiner der durchgeführten Analysen führte die als Kovariate getestete Variable Mathematiknote zu signifikanten Unterschieden in den Leistungen. Ebenso verhält es sich mit der Variable Geschlecht, die in Voranalysen berücksichtigt wurde.

Detailbetrachtung der Schwierigkeitsindizes und der Verteilungsausprägung

Trotz der Zunahme der Nutzung von Posttest 1 auf Posttest 2 bleibt festzuhalten, dass auch im zweiten Posttest keine der drei Gruppen die Nutzungsmöglichkeiten ihrer Repräsentationsform voll ausschöpfte. Die Gründe, warum die jeweilige Repräsentationsform nicht verwendet wurde, können vielschichtig sein. Ein wichtiger Punkt, von dem angenommen werden kann, dass er relevant für die spontane Nutzung der Repräsentationsform als Problemlösewerkzeug ist, liegt in dem Schwierigkeitsgrad der einzelnen Aufgaben. Dieser potentielle Grund, nämlich dass eine oder mehrere Aufgaben für die Versuchsteilnehmer auch ohne Repräsentationsform auf einfache Weise korrekt zu lösen war, so dass eine Verwendung der Repräsentationsform nicht für nötig befunden wurde, soll durch die Darstellung der Schwierigkeitsindizes für die einzelnen Aufgaben und die entsprechende Nutzung der Repräsentationsformen für jede Aufgabe näher beleuchtet werden.

Tabelle 7-1 zeigt die Schwierigkeitsindizes[35] der relevanten Aufgaben (2. und 5. Spalte), die an der "Basisstichprobe" ermittelt wurden, also an den Viertklässlern, die die Aufgaben ohne Repräsentationsform und ohne relevantes Training bearbeiteten. Die Spalten drei und sechs der Tabelle geben zudem Aufschluss darüber, wie viele aller Teilnehmer der Trainingsgruppen ihre Repräsentationsform für die jeweilige Aufgabe verwendeten.

Tabelle 7-1: Schwierigkeitsindex (erhoben an der Basisgruppe ohne spezifisches Training und Toolnutzung) und Nutzungshäufigkeit der Repräsentationsform (über alle Trainingsgruppenteilnehmer) bei den einzelnen Aufgaben

Aufgabe	Schwierigkeit	**Nutzungshäufigkeit**	***Aufgabe***	Schwierigkeit	**Nutzungshäufigkeit**
POSTTEST 1			**TRANSFER (FERN)**		
1. Aufgabe; Vergleich 3:4 & 2:3	18,5%	35,8%	1. Aufgabe; Vergleich 2:3 & 3:4	0%	30,2%
2. Aufgabe; Vergleich 3:2 & 9:6	7,4%	26,9%	2. Aufgabe; Vergleich 5:3 & 4:2	29,6%	27,0%
3. Aufgabe; Vergleich 4:3 & 6:4	88,9%	28,4%	3. Aufgabe; Vergleich 9:6 & 3:2	15,9	27,0%
POSTTEST 2			**TRANSFER (NAH)**		
1. Aufgabe; Vergleich 4:3 & 3:2	0%	55,2%	1. Aufgabe; Vergleich 7:3 & 5:2	0%	36,7%
2. Aufgabe; Vergleich 3:4 & 4:6	55,6%	56,7%	2. Aufgabe; Vergleich 4:2 & 5:3	14,8%	33,3%
3. Aufgabe; Vergleich 2:3 & 3:6	11,1%	52,2%	3. Aufgabe; Vergleich 2:1 & 5:3	0%	30,0%

Bei der Analyse des Schwierigkeitsindex fällt auf, dass tatsächlich zwei Items (Posttest 1, 3. Aufgabe und Posttest 2, 2. Aufgabe), mit einem Schwierigkeitsindex von über 50% aus den übrigen herausstechen, also im Gegensatz zu den übrigen Aufgaben relativ leicht waren. Sollte den Versuchsteilnehmern die vergleichsweise geringe Schwierigkeit bei diesen beiden Aufgaben bewusst gewesen sein, so dass sie deswegen die Nutzung ihrer Repräsentationsform zur Lösungsfindung als nicht notwendig erachteten, dann müsste sich dies in einer geringeren Nutzungshäufigkeit der Repräsentationsformen für diese beiden Aufgaben im Gegensatz zu den anderen Aufgaben des jeweiligen Tests zeigen.

Ein direkter Vergleich der Nutzungshäufigkeit der Repräsentationsform für die einzelnen Aufgaben (Tabelle 7-1 3. und 6. Spalte) belegt jedoch, dass sich die Nutzungshäufigkeit des Tools für diese zwei Aufgaben nicht stark von denen mit einem niedrigeren Schwierigkeitsindex unterscheidet. Die objektiv unterschiedliche Schwierigkeit der Aufgaben scheint sich also nicht auf eine veränderte Bereitschaft zur Nutzung einer Repräsentationsform als Problemlösewerkzeug ausgewirkt zu haben. Dabei spiegeln die in Tabelle 7-1 angegebenen Werte aller Versuchsteilnehmer auch die Ergebnisse innerhalb der einzelnen Gruppen wieder. [36]

Eine weitere Erklärungsmöglichkeit für die im Schnitt nur mittleren Nutzungshäufigkeiten der Repräsentationsform bezieht sich auf die Verteilungen der Nutzungshäufigkeiten innerhalb der einzelnen Bedingungen. Die folgenden Tabellen geben Aufschluss darüber. Sie zeigen, wie viele Versuchsteilnehmer ihre Repräsentationsform in keiner der Aufgaben, in einer, in zwei oder in allen drei Aufgaben verwendet haben.

[35] Dabei handelt es sich um den Prozentsatz an Versuchsteilnehmern, die die Aufgabe korrekt lösten.

[36] Es sollte jedoch angemerkt werden, dass diese Analyse des Schwierigkeitsindexes selbstverständlich keine Aussagen über die "wahrgenommene" Schwierigkeit der Aufgaben erlaubt, insbesondere da bei der Lösung dieser Vergleichsaufgaben auch potentielle Misskonzepte und dadurch falsche Überzeugungen von der Richtigkeit einer an sich falschen Lösung eine Rolle spielen. Die Lösungsrate der hier besprochenen Items ist möglicherweise deswegen so hoch, weil auch die Lösungsfindung nach einem additiven Misskonzept zu einer korrekten Antwort führt.

<u>Tabelle 7-2:</u> Verteilung der Häufigkeit, mit der die Versuchsteilnehmer der einzelnen Bedingungen ihre Repräsentationsform für die jeweils maximal drei Aufgaben in Posttest 1 und Posttest 2 nutzten (absolute Zahlen)

Posttest 1

Nutzungs-häufigkeit	**AG**[1]	**KG**	**BW**
0	15	16	6
1	5	2	6
2	0	2	2
3	3	2	8
Total	23	22	22

Posttest 2

Nutzungs-häufigkeit	**AG**	**KG**	**BW**
0	10	9	6
1	3	2	2
2	0	1	4
3	10	10	10
Total	23	22	22

[1] AG: Abstrakter Graph, KG: Kontextualisierter Graph, BW: Balkenwaage

Wie schon die relativ hohen Werte der Standardabweichung andeuteten, sind die Werte innerhalb der einzelnen Gruppen breit gestreut. So fällt auf, dass vor allen Dingen bei den beiden Graphengruppen im Posttest 2 viele Versuchsteilnehmer ihre Repräsentationsform entweder nie verwendeten (zehn bzw. neun Personen) oder aber bei allen Gelegenheiten (jeweils zehn Personen). Der Versuch einer Charakterisierung dieser beiden Gruppen durch Unterschiede nach dem Geschlecht oder nach Leistungsmaßen wie der Mathematiknote ist nicht erfolgreich. Dies gilt für alle vier Kontexte. Im Gegensatz zu den beiden Graphengruppen war die Anzahl der Versuchsteilnehmer der Balkenwaagegruppe, die ihre Repräsentationsform nie, ein-, zwei- oder dreimal nutzten, gleichmäßiger verteilt, was besonders im Posttest 1 deutlich wird.

<u>Tabelle 7-3</u>: Verteilung der Häufigkeit, mit der die Versuchsteilnehmer der einzelnen Bedingungen ihre Repräsentationsform für die jeweils maximal drei Aufgaben in den beiden Transfertests nutzten (absolute Zahlen)

Transfer fern: Geschwindigkeit

Nutzungs-häufigkeit	**AG**[1]	**KG**	**BW**
0	14	18	15
1	1	1	1
2	1	0	2
3	7	3	4
Total	23	22	22

Transfer nah: Baumischung

Nutzungs-häufigkeit	**AG**	**KG**	**BW**
0	12	13	11
1	4	0	1
2	2	0	0
3	5	6	6
Total	23	19	22

[1] AG: Abstrakter Graph, KG: Kontextualisierter Graph, BW: Balkenwaage

In den beiden Transfertests nutzten noch weniger Versuchspersonen spontan ihre Repräsentationsform, was auch schon die Mittelwerte andeuten. Dennoch zeigt sich auch hier ein Trend – diesmal auch für die Balkenwaage –, der eine bimodale Verteilung nahe legt. So gibt es für fast jede Trainingsbedingung eine große Gruppe, die ihre Repräsentationsform nie benutzte, und eine kleine Anzahl von Kindern, die ihre Form bei allen Gelegenheiten benutzte.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die durchschnittlich nur mittlere Nutzungshäufigkeit der Repräsentationsformen nicht mit dem Grad der objektiven Schwierigkeit einer Aufgabe zusammenhängt. Eine deskriptive Analyse zeigte, dass dieses Resultat vielmehr dadurch bedingt zu sein scheint, dass einige Kinder ihre Repräsentationsform nie verwendeten, während es eine andere (kleinere) Gruppe gab, die sie regelmäßig zur Lösung ihrer Aufgaben einsetzt. Wie schon erwähnt, hängt die Nutzungshäufigkeit der Repräsentationsform jedoch nicht mit Geschlecht oder mit allgemeinen Leistungsmaßen wie der Mathematiknote zusammen, sondern sind, wie die Hypothesentests nahe legten, stärker durch die Art der Repräsentationsform bedingt. Inwieweit sich die Nutzung der Repräsentationsform jedoch auch tatsächlich positiv auf korrekte Lösungen der Aufgaben auswirkt, soll nun im folgenden Abschnitt untersucht werden.

7.2.2 Effizienz der Nutzung der Repräsentationsform bezüglich der Lösungsrate

Während sich das letzte Unterkapitel mit der spontanen Nutzung der Repräsentationsform ganz allgemein befasste, wird an dieser Stelle der Einfluss der spontanen Toolnutzung auf die korrekte Lösung der Aufgaben untersucht. Dafür wurde eine Variable gebildet, die die Werte der "effektiven Toolnutzung" abbildet, d.h. hier wurde gemessen, wie häufig die Nutzung der Repräsentationsform auch tatsächlich zu korrekten Lösungen führte. Abbildung 7-6 gibt einen Überblick über die mittlere Häufigkeit der spontanen Repräsentationsnutzung, die bei den drei Trainingsgruppen zu korrekten Lösungen führte.Dabei fallen hier die insgesamt deutlich niedrigeren Werte im Vergleich zu Abbildung 7-5 auf, was sich besonders im Posttest 1 und im Transfertest (fern) bemerkbar macht. Dies verdeutlicht, dass nicht jede Nutzung der Repräsentationsform (Abbildung 7-5) auch automatisch erfolgreich war und zu einer korrekten Lösung führte (diese Abbildung). Dennoch ähneln die Muster der effizienten Toolnutzung denen der spontanen Toolnutzung.

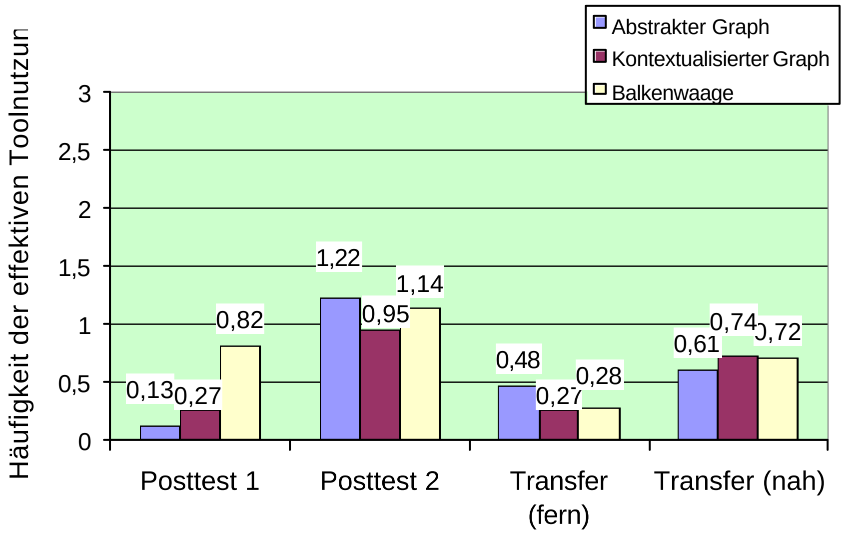


Abbildung 7-6: Mittlere Häufigkeit der effektiven Nutzung der Repräsentationsform bei der Bearbeitung von insgesamt je drei Vergleichsaufgaben

Im Folgenden sollen nun diese Leistungen im Hinblick auf die erwarteten Unterschiede innerhalb der drei Trainingsgruppen dargestellt werden. Anschließend soll allgemein der Zusammenhang zwischen Toolnutzung und Leistung analysiert werden.

7.2.2.1 Erwerbskontext

Der Einfluss der Repräsentationsform auf ihre spontane und effiziente Nutzung im ersten Posttest

Für den Erwerbskontext wurde erwartet, dass die Lernenden der Balkenwaagebedingung im ersten Posttest ihre Repräsentationsform häufiger effektiv zur Lösung der Vergleichsaufgaben nutzen als die Versuchsteilnehmer der beiden Graphenbedingungen. Das heißt, es wurde im ersten Posttest ein deutlicher Unterschied zwischen den Versuchsbedingungen bezüglich der Anzahl der Aufgaben erwartet, die mit erfolgreicher Nutzung der Repräsentationsform gelöst wurden. Ein Blick auf die Abbildung der Mittelwerte (Abbildung 7-6) bestätigt diese Erwartung. Die Lernenden der Balkenwaagebedingung (helle Säule) nutzten im ersten Posttest ihre Repräsentationsform häufiger effizient zur Lösung der Aufgaben als die Lernenden der Bedingung Abstrakter Graph und Kontextualisierter Graph. Eine univariate Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung und der Kovariate Mathematiknote bestätigt diese Hypothese: $F(2, 63) = 5.76$, $p < .05$[37]. Geplante Kontraste der drei einzelnen Bedingungen verdeutlichen den signifikanten Unterschied zwischen den

[37] Die Ergebnisse dieser und aller nachfolgenden Analysen in diesem Unterkapitel sind detailliert in den Varianztabellen in Anhang II-7 aufgeführt.

Lernenden der Balkenwaagebedingung und den Lernenden der Bedingung Abstrakter Graph einerseits ($p < .05$) und den Unterschied zwischen den Lernenden der Balkenwaagebedingung und den Lernenden der Bedingung Kontextualisierter Graph andererseits ($p < .05$). Das Muster der effektiven Nutzung ähnelt also dem der spontanen Nutzung, das heißt die Balkenwaagekinder nutzten ihre Repräsentationsform nicht nur häufiger als die Graphenkinder, sondern unterschieden sich von ihnen auch durch die größere Anzahl Aufgaben, die mit der erfolgreichen Nutzung der Repräsentationsform korrekt gelöst wurden.

In einer 2 (Zeitpunkt der Messung) x 3 (Bedingung)-faktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor und der Kovariate Mathematiknote wurde dann der Einfluss des zweiten Trainings, das die Repräsentationsform als Problemlösewerkzeug in anspruchsvollen Aufgaben thematisiert, auf die effektive Toolnutzung für schwierige Vergleichsaufgaben getestet. Wie bereits die Mittelwerte in Abbildung 7-6 erkennen lassen, ist eine deutliche Steigerung der effektiven Nutzung der Repräsentationsform vom ersten zum zweiten Posttest sichtbar: $F(1, 63) = 11,22$, $p < .05$. Allerdings konnte kein statistisch signifikanter Unterschied zwischen den Bedingungen über alle zwei Messzeitpunkte festgestellt werden. Eine differenzierte Betrachtung der Mittelwerte der einzelnen Gruppen weist darauf hin, dass sich vor allem die Versuchsteilnehmer der beiden Graphenbedingungen deutlich in der effizienten Nutzung ihrer Repräsentationsform von Posttest 1 zu Posttest 2 steigerten. Würde man für jede Bedingung separat Einzelvergleiche durchführen, ergäbe sich auch eine statistische Bestätigung dieses Unterschiedes für die Versuchsteilnehmer des Abstrakten Graphen ($t(22) = - 3.97$, $p < .05$) und des Kontextualisierten Graphen ($t(21) = -2.85$, $p < .05$), nicht aber für die Gruppe der Balkenwaage ($t(21) = -1.69$, n.s.). Es ist jedoch darauf hinzuweisen, dass die Interaktion zwischen Bedingung und Zeitfaktor in dem Generellen Linearen Modell die Signifikanzgrenze verfehlt und diese Einzelbefunde daher nur deskriptiv betrachtet werden sollen.

7.2.2.2 Transferkontext

Der Einfluss der Repräsentationsform auf ihre spontane Nutzung in Transferaufgaben

Es wurde erwartet, dass die Lernenden in den beiden Graphenbedingungen ihre Repräsentationsformen häufiger spontan und effektiv als Problemlösewerkzeug in Transferaufgaben nutzen, die Umgang mit intensiven Größen (hier Geschwindigkeit) verlangen, als Lernende der Balkenwaagebedingung. Dies scheint sich jedoch nicht bestätigen zu lassen. Zwar zeigt sich ein Vorteil der Versuchsteilnehmer der Abstrakten Graphengruppe ($M = 0.48$, $SD = 0.79$), jedoch keiner für die Versuchsteilnehmer der Gruppe des Kontextualisierten Graphen (M = 0.27, SD = 0.70) gegenüber den Kindern der Balkenwaagegruppe (M = 0.28, SD = 0.67). Eine einfaktorielle Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung konnte keinen signifikanten Unterschied zwischen den drei Untersuchungsbedingungen in der Nutzung ihrer Repräsentationsformen im Ferntransfer bestätigen: $F(2, 63) = .52$, n.s.

Einfluss der Ähnlichkeit zwischen Transferkontext und Trainingskontext auf die Nutzung der Repräsentationsform

In einer anschließenden Analyse wurde der Einfluss der Nähe des Transferkontextes zu dem Erwerbskontext geprüft. Es konnte festgestellt werden, dass sich über alle Versuchsbedingungen hinweg die Häufigkeit der effektiven Nutzung der Repräsentationsform im Nahtransfer signifikant von der Häufigkeit der effektiven Nutzung in Aufgaben des Ferntransferkontextes unterscheidet: $F(1, 56) = 3.43$, $p < .05$.

Während die oben dargestellten Befunde gut die Unterschiede in der effektiven Toolnutzung zwischen den verschiedenen Gruppen aufzeigen können, sagen diese Analysen wenig über die Größe des tatsächlichen Zusammenhangs zwischen Nutzung der Repräsentationsform und korrekter Aufgabenlösung. Um einen Eindruck über die Beziehung zwischen diesen beiden Variablen zu gewinnen, sollen die entsprechenden Befunde im Folgenden auf zwei Arten näher betrachtet werden. Zum einen sollen die Mittelwerte der Lösungshäufigkeit und der effektiven Toolnutzung sowohl visuell (Abbildung 7-7) als auch inferenzstatistisch zueinander in Beziehung gesetzt werden. Zum anderen wird für jeden Test in Balkendiagrammen die Häufigkeit der korrekten Lösung (korrekt / falsch) mit der Option Toolnutzung (ja / nein) in Beziehung gesetzt.

Die unten abgebildeten Balkendiagramme zeigen die mittlere Lösungshäufigkeit der drei Aufgaben innerhalb eines Tests (gesamter Balken) und den Anteil, der auf die erfolgreiche Nutzung der Repräsentationsform zurückzuführen ist (unterer Teil des Balkens). Deckt der untere Teil des Balkens den oberen Teil weitgehend, so deutet dies auf einen starken Zusammenhang zwischen Toolnutzung und korrekter Lösung hin, während ein deutlicher Überhang des oberen Balkenteils auf korrekte Lösungen hindeutet, die unabhängig von der erfolgreichen Nutzung der Repräsentationsform gefunden wurden.

Das folgende Diagramm zeigt zunächst die Parameter Leistung und effektive Toolnutzung über alle Gruppen hinweg (Abbildung 7-7). Ein erster Blick auf diese Abbildung verdeutlicht, dass die Lösungsrate in keinem der vier Tests einen Deckeneffekt erreicht (M = 1.30, SD = 0.65 für den

Posttest 1; *M* = 1.69, *SD* = 0.89 für den Posttest 2; *M* = 0.87, *SD* = 1.01 für den Ferntransfertest; *M* = 1.02, *SD* = 1.30 für den Nahtransfertest). Es zeigt sich auch, dass in allen Tests korrekte Lösungen auch ohne erfolgreiche Toolnutzung gefunden wurden (obere, einfarbige Hälfte des Balkens). Schließlich fällt auf, dass abhängig von dem Test die korrekte Lösung unterschiedlich stark von der erfolgreichen Toolnutzung abzuhängen scheint. Vor allem im Nahtransfer (und bedingt auch in Posttest 2) nähern sich die Werte der effektiven Toolnutzung den Werten der korrekten Lösung stark an (*M* = 0.68, *SD* = 1.19 für den Nahtransfertest und *M* = 1.1, *SD* = 1.13 für den Posttest 2) , während auf der anderen Seite die Leistung im Posttest 1 relativ unabhängig von der effektiven Toolnutzung zu sein scheint (*M* = 0.4, *SD* = 0.68 für den Posttest 1 und *M* = 0.35, *SD* = 0.72 für den Ferntransfertest) .

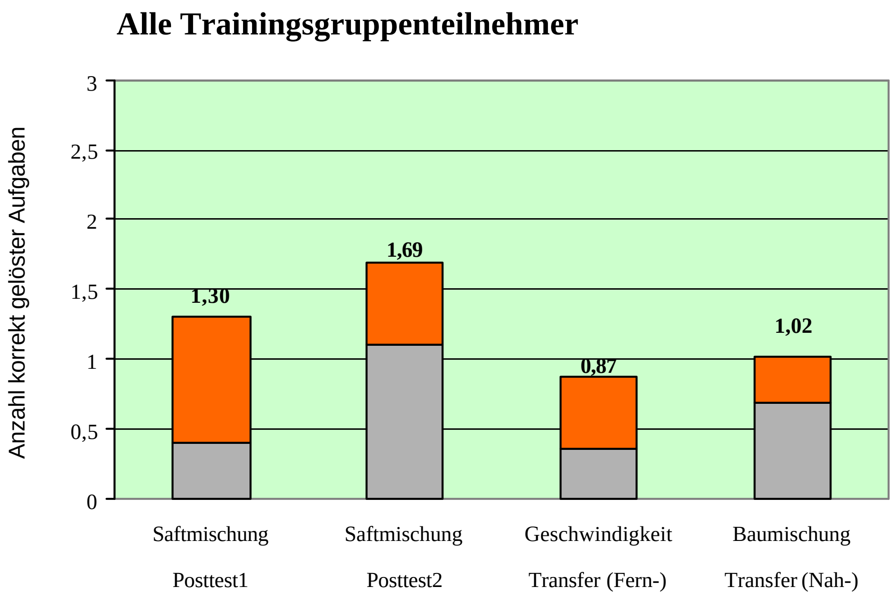


Abbildung 7-7: Mittlere Lösungshäufigkeit der jeweils drei Vergleichsaufgaben pro Test, einschließlich des Anteils (unterer Teil des Balkens), der auf eine erfolgreiche Toolnutzung zurückgeht - über alle Trainingsgruppen

Eine inferenzstatistische Analyse, in der für jedes Item separat die Toolnutzung zur Korrektheit der Lösung in Beziehung gesetzt wird, bestätigt diese Interpretation des Balkendiagramms. Über alle Versuchsteilnehmer gerechnet, zeigen X^2-Tests in allen drei Items des Nahtransfertests und in zwei von drei Items von Posttest 2, dass die korrekte Beantwortung der Aufgabe nicht unabhängig von der Toolnutzung ist. Auf der anderen Seite wurde diese Beziehung in keinem der drei Items des ersten Posttests und nur in einem der drei Items des Ferntransfertests signifikant (siehe Tabelle 7-4).[38]

Tabelle 7-4: X^2-Test zur Testung der Unabhängigkeit von Toolnutzung und korrekten Lösungen auf Itemebene über alle Versuchsteilnehmer

	Posttest 1	**Posttest 2**	**Transfer fern**	**Transfer nah**
1. Variable	X^2 (1; N=67) = 1,1 n.s.	X^2 (1; N=67) = 6,3 .***p* < .05** .	X^2 (1; N=63) = ,80 n.s.	X^2 (1; N=60) = 9,6 ***p* < .01** .
2. Variable	X^2 (1; N=67) = 0 n.s	X^2 (1; N=67) = ,04 n.s. .	X^2 (1; N=63) = 11 ***p* < .01** .6%	X^2 (1; N=60)=20,7 ***p*< .001** .
3. Variable	X^2 (1; N=67) = 1,0 n.s.	X^2 (1; N=67) = 7,0 ***p*< .01** .	X^2 (1; N=64) = 2,2 n.s.	X^2 (1; N=60)=19,4 ***p* < .001** .

Anmerkung: Bei den X^2 Tests wurde mit der Kontinuitätskorrektur gearbeitet (vgl. Siegel & Castellan, 1988); alle Signifikanzen wurden zweiseitig getestet.

Eine Korrelationsanalyse auf Testebene, die die Toolnutzungs- und Leistungsparameter aller drei Items verbindet, wird hier bewusst vermieden. Diese Analyse würde nur global Toolnutzung und Leistung zueinander in Beziehung setzen, ohne die bedingten Beziehungen – korrekte Lösung (ja / nein) bei Toolnutzung (ja / nein), zu berücksichtigen. Es könnten so signifikante Zusammenhänge entstehen, die objektiv gar nicht existieren.

Die folgenden drei Abbildungen geben noch einmal einen Überblick, über die Leistung (gesamter Balken) und die effektive Toolnutzung (unterer Teil des Balkens) separat für jede Versuchsbedingung. Ein visueller Vergleich zwischen diesen drei Abbildungen macht deutlich, wie gering der Anteil der Graphen an den korrekten Lösungen im Posttest 1 ist – etwa im Vergleich zu dem Anteil der Balkenwaage. Auf der anderen Seite wird auch der geringe Anteil der Balkenwaagenutzung für die Lösung der Ferntransferaufgaben sichtbar.

[38] Dabei ist zu erwähnen, dass es sich bei dem zweiten Item von Posttest 2, für das kein signifikanter Zusammenhang zwischen Toolnutzung und Leistung gefunden wurde, um das schon vorher besprochene Item handelt, das einen relativ hohen Schwierigkeitsindex hatte.

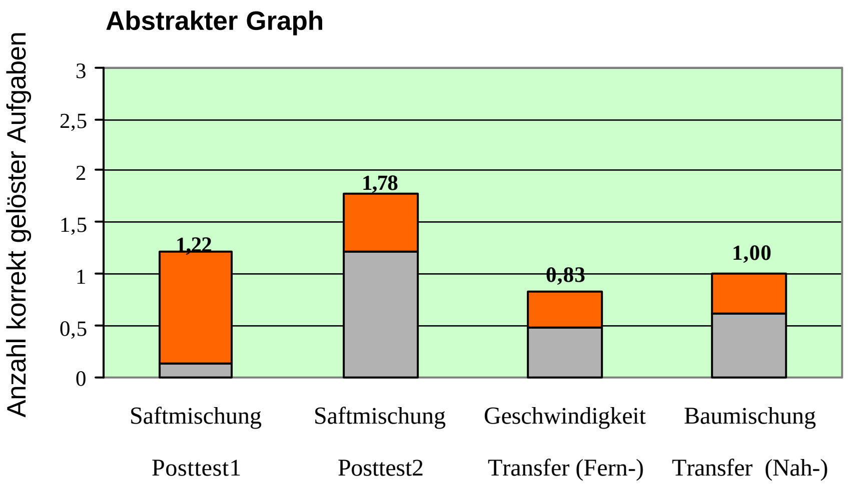


Abbildung 7-8: Mittlere Lösungshäufigkeit der jeweils drei Vergleichsaufgaben pro Test, einschließlich des Anteils (unterer Teil des Balkens), der auf eine erfolgreiche Toolnutzung zurückgeht - Abstrakter Graph

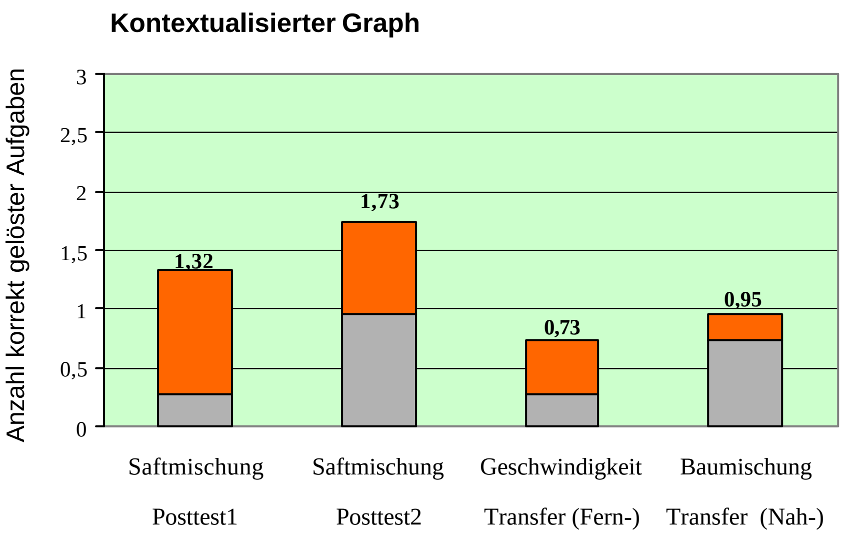


Abbildung 7-9: Mittlere Lösungshäufigkeit der jeweils drei Vergleichsaufgaben pro Test, einschließlich des Anteils (unterer Teil des Balkens), der auf eine erfolgreiche Toolnutzung zurückgeht - Kontextualisierter Graph

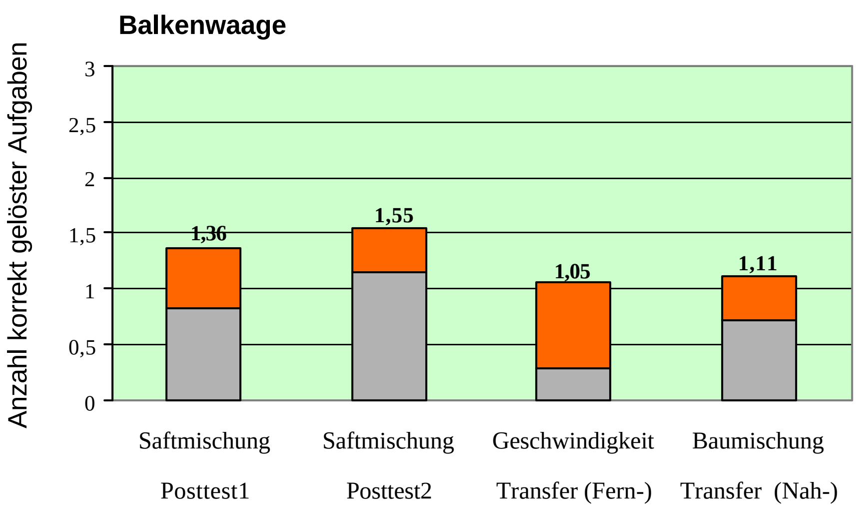
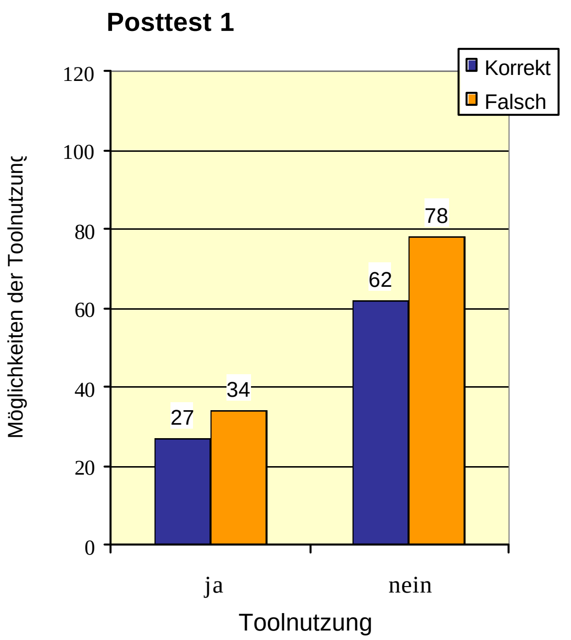
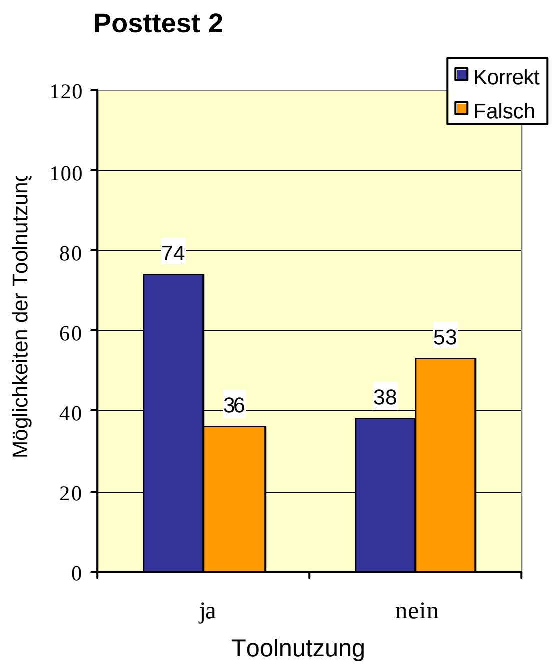


Abbildung 7-10: Mittlere Lösungshäufigkeit der jeweils drei Vergleichsaufgaben pro Test, einschließlich des Anteils (unterer Teil des Balkens), der auf eine erfolgreiche Toolnutzung zurückgeht - Balkenwaage

Eine weitere Möglichkeit, die Beziehung zwischen Toolnutzung und Korrektheit der Lösungen über die Itemebene hinaus auf Ebene des jeweiligen Tests abzubilden, besteht darin, die jeweils drei Antworten einer Versuchsperson für jeden Test zu aggregieren und entsprechend ihrer Leistung (korrekt / falsch) und der Option Toolnutzung (ja / nein) in eine Vierfeldertafel einzuordnen. So ergibt sich ein übersichtliches Bild dieses Zusammenhangs pro Test und Gruppe. Die folgenden Balkendiagramme verdeutlichen den unterschiedlich großen Anteil, den die Toolnutzung an der Korrektheit der Lösung bei den einzelnen Tests hat und erlauben anhand dieser Muster einen übersichtlichen Vergleich der vier Tests. Allerdings soll auf eine inferenzstatistische Analyse aufgrund der N-Inflationierung (durch die dreifache Gewichtung jeder Person) und vor allen Dingen aufgrund der teilweisen Abhängigkeit der Messwerte verzichtet werden.



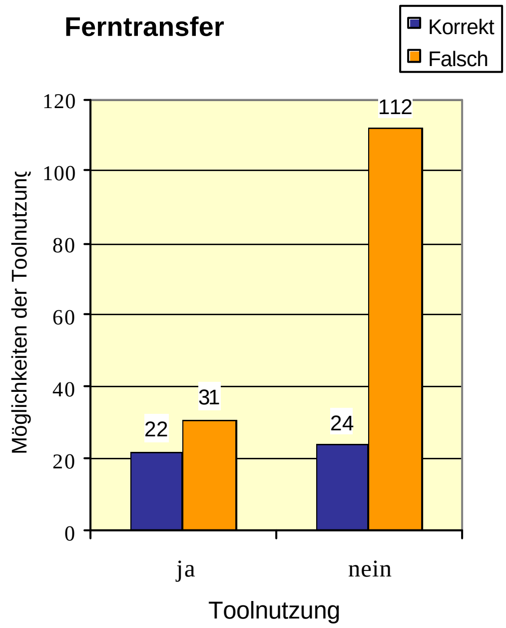


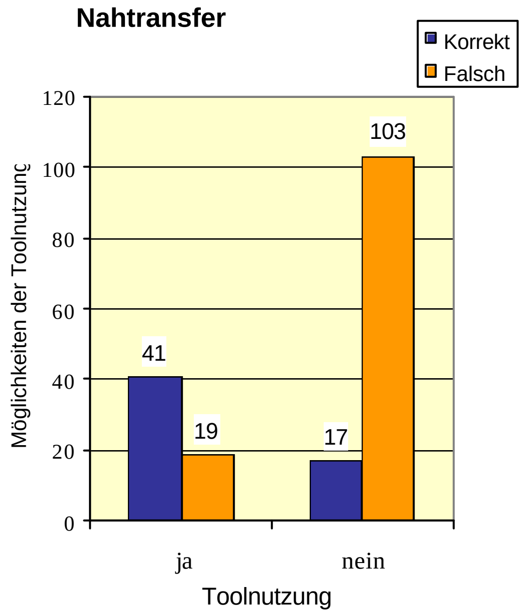
Die folgenden vier Abbildungen sollen die Beziehung zwischen Toolnutzung und Korrektheit der Lösung in den vier verschiedenen Tests über alle Versuchsteilnehmer aufzeigen.

Abbildungen 7-11 und 7-12: Die Kombination von Toolnutzung (ja / nein) und korrekter Lösung (ja / nein) in den schwierigen Vergleichsaufgaben in Posttest 1 und Posttest 2, aggregiert über alle drei Aufgaben und alle Teilnehmer des Trainingsexperimentes

Für den Posttest 1 fällt eine Art Treppenmuster auf, d.h. es gibt deutlich weniger Aufgaben, in denen das Tool zur Lösung eingesetzt wurde, als Aufgaben, in denen das Tool nicht genutzt wurde. Zudem wurden unabhängig von der Toolnutzung tendenziell häufiger falsche als korrekte Antworten gegeben. Für diesen Test scheint das Tool also noch keine starke Auswirkung auf die korrekte Lösung gehabt zu haben. Dies ist nicht verwunderlich, da die Versuchsteilnehmer in Posttest 1 zum ersten Mal mit dieser Art von Aufgaben konfrontiert wurden und dabei der Gebrauch des Tool noch nicht thematisiert wurde. Allerdings ist es interessant, wie sich gerade in diesem Test die drei Bedingungen voneinander unterscheiden. Dies soll weiter unten näher erläutert werden

Sehr deutlich von Posttest 1 unterscheidet sich das Muster der Toolnutzung-Leistung-Kombination in Posttest 2: Hier zeigt sich ein fast U-förmiges Muster. Es fällt auf, dass die meisten Kombinationen in die Kategorie "Korrekte Lösung mit Toolnutzung" fallen. Das Training zwischen Posttest 1 und Posttest 2 zur Anwendung der Repräsentationsform scheint also eine starke Wirkung gehabt zu haben. Nicht nur gibt es mehr Aufgaben, in denen das Tool genutzt statt nicht genutzt wird. Die Toolnutzung hat darüber hinaus auch Erfolg. Mit Toolnutzung werden mehr korrekte als falsche Ergebnisse erzielt, ohne Toolnutzung dagegen eher falsche als korrekte Ergebnisse. Dieses Muster zeigt sich für alle drei Repräsentationsarten, allerdings scheint die Wirkung der Nicht-Toolnutzung bei der Balkenwaage am deutlichsten (fast doppelt so viele falsch wie richtig), während beispielsweise beim Kontextualisierten Graphen bei Nicht-Toolnutzung nur marginal mehr Aufgaben falsch als richtig gelöst wurden.



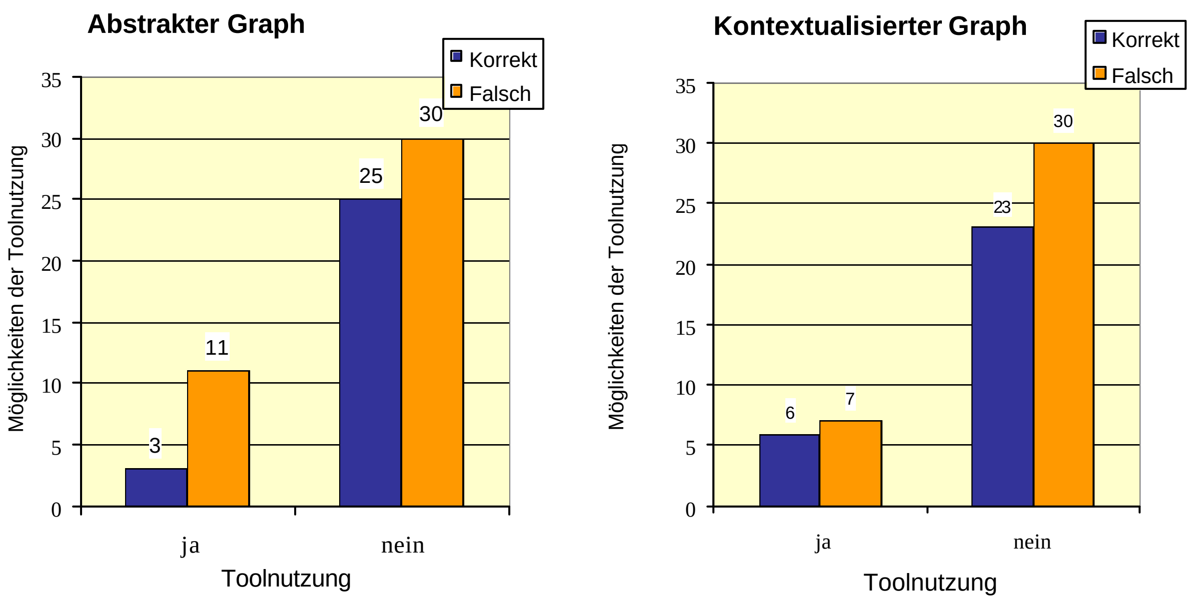


Abbildungen 7-13 und 7-14: Die Kombination von Toolnutzung (ja / nein) und korrekter Lösung (ja / nein) in den schwierigen Vergleichsaufgaben im Ferntransfertest (Geschwindigkeit) und im Nahtransfertest (Baumischung), aggregiert über alle drei Aufgaben und alle Teilnehmer des Trainingsexperimentes

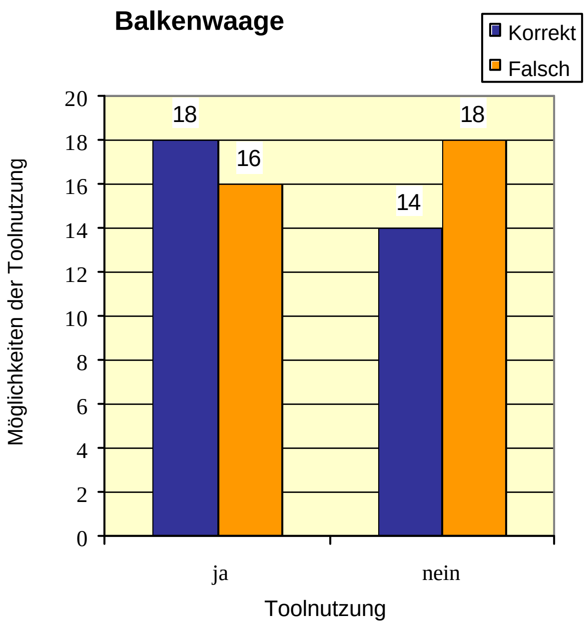
Für die beiden Transferkontexte zeigen sich deutliche Unterschiede zu dem Muster von Posttest 2. Es zeigt sich, dass die meisten Aufgaben ohne Toolnutzung und falsch gelöst wurden. Im Ferntransferkontext wurden in etwa gleich viele korrekte Lösungen mit und ohne Toolnutzung erreicht. Dennoch überwiegen bei der Toolnutzung die falschen Antworten über die korrekten. Dieser Unterschied ist vor allem auf die Versuchsteilnehmer der Balkenwaagegruppe zurückzuführen. Dies zeigt noch einmal deutlich, dass die Balkenwaage zwar nicht weniger oft spontan verwendet wurde als beispielsweise der Kontextualisierte Graph, dass ihre Effizienz für die Lösung von Aufgaben mit intensiven Größen im Ferntransferkontextes jedoch eingeschränkt ist.

Für den Nahtransfer ergibt sich bezüglich der Übermacht der Nichtnutzung gegenüber der Nutzung der Repräsentationsform das gleiche Muster wie beim Ferntransfer. Jedoch unterscheidet sich die Wirkung der Nutzung deutlich von der im Ferntransferkontext. Im Nahtransferkontext wurden wesentlich mehr Aufgaben mit der Repräsentationsform korrekt als falsch gelöst. Dieses Muster gilt für alle drei Trainingsbedingungen gleichermaßen. Über alle Tests hinweg fällt auf, dass die Anzahl der falschen Antworten ohne Toolnutzung ausnahmslos die Anzahl der falschen Antworten mit Toolnutzung übertrifft.

Wie schon erwähnt, spiegeln die über alle Versuchsteilnehmer hinweg analysierten Muster der Kombination Toolnutzung / korrekte Lösung in etwa diejenigen für die einzelnen Bedingungen. Eine Ausnahme bildet allerdings Posttest 1, wie den Analysen unter Punkt 7.1 und dem ersten Teil von 7.2 schon zu entnehmen ist. Die drei folgenden Abbildungen (Abbildungen 7-15, 7-16, 7-17) zeigen die Muster der drei verschiedenen Versuchsbedingungen in Posttest 1 auf. In Vergleich mit Abbildung 7-11, die die über alle Versuchsbedingungen aggregierten Werte in Posttest 1 zeigt, wird deutlich, dass vor allem die beiden Graphenbedingungen für das Muster der aggregierten Werte verantwortlich sind. Es zeigt sich, dass die beiden Graphengruppen im ersten Posttest zum einen das Tool sehr wenig genutzt haben, und dass dies wenn sie es nutzten, nicht zwingend zum Erfolg führte. Beide Aussagen gelten nicht für die Gruppe der Balkenwaagekinder. In dieser Gruppe war die Beziehung zwischen Toolverwendung und -nichtverwendung etwa ausgewogen. Zudem führte die Toolnutzung nicht unbedingt zu falschen Lösungen. Dieses Lösungsverhalten der Balkenwaagegruppe, das sich deutlich von dem der anderen Gruppen unterscheidet, wurde auch in den unter Punkt 7.2.1 und 7.2.2 untersuchten Analysen zur spontanen und effektiven Toolnutzung signifikant.



Abbildungen 7-15 und 7-16: Die Kombination von Toolnutzung (ja / nein) und korrekter Lösung (ja / nein) in den schwierigen Vergleichsaufgaben im Posttest 1 der Gruppen Abstrakter Graph und Kontextualisierter Graph, aggregiert über alle drei Aufgaben



Abbildungen 7-17: Die Kombination von Toolnutzung (ja/nein) und korrekter Lösung (ja/nein) in den schwierigen Vergleichsaufgaben im Posttest 1; Gruppe der Balkenwaage, aggregiert über alle drei Aufgaben

Zusammengenommen verdeutlichen diese Abbildungen die Abhängigkeit des Tooleinsatzes von dem Test und dem Repräsentationsformat. So fällt der Einfluss des zweiten Trainings im Posttest 2 auf. Im Gegensatz zu Posttest 1 wurde hier zum einen das Tool häufiger verwendet, zum anderen wurden bei dessen Verwendung auch häufiger korrekte Lösungen erzielt. Die Entfernung der Aufgabe vom Trainingskontext machte sich deutlich in der geringen Häufigkeit der Toolnutzung in den Transferkontexten bemerkbar. Zudem war die Verwendung des Tools im Ferntransferkontext auch sehr häufig mit falschen Lösungen verbunden. Auch im Nahtransferkontext fällt die geringe Häufigkeit der Toolnutzung auf. Allerdings war die Anwendung des Tools dann eher mit korrekten als mit falschen Lösungen verbunden.

Die Bedeutung der Art der Tools zeigte sich vor allem im ersten Posttest. Die Versuchsteilnehmer der Balkenwaagegruppe nutzen ihre Repräsentationsform deutlich häufiger spontan bereits nach nur kurzem Kennenlernen (d.h. im ersten Posttest) als die Teilnehmer beider Graphenbedingungen.

7.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Einfluss eines Trainings mit verschiedenen Repräsentationsformen sowohl bezüglich der Leistungsteigerung beim proportionalen Denken als auch bezüglich der spontanen und effektiven Nutzung der jeweiligen Repräsentationsform als Problemlösetool analysiert.

Zusammenfassend kann zwischen den Hypothesen im Erwerbskontext und im Transferkontext unterschieden werden.

Für den Erwerbskontext konnte sowohl für den Nutzen (bei den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken") als auch für die Nutzung der Repräsentationsform als Tool die Überlegenheit der Balkenwaage als konsistenter Trend festgestellt werden. Diese Überlegenheit der Balkenwaage lässt sich statistisch teilweise bestätigen. Dies gilt vor allen Dingen für die schnellere Bereitschaft zur der spontanen und effektiven Nutzung der Balkenwaage in Posttest 1. In den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" lässt sich der Vorsprung der Balkenwaagegruppe nur bedingt statistisch bestätigen. Bei der Balkenwaagegruppe konnte ein statistisch signifikant höherer Profit von Training 2 als bei der Gruppe des Abstrakten Graphen bestätigt werden.. Die Muster zwischen den Versuchsgruppen ähneln sich in den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" und zur spontanen und effektiven Toolnutzung.

Für den Transferkontext fallen die Ergebnisse der spontanen Toolnutzung und der Aufgaben im "Puren Proportionalen Denken" unterschiedlicher aus. Im Ferntransferkontext (Geschwindigkeit) wurde für die schwierigen Vergleichsaufgaben zur Toolnutzung ein Vorteil der Graphengruppe erwartet. Dieser Vorteil zeigte sich für die Abstrakte Graphengruppe im Trend sowohl für die spontane Toolnutzung als auch für die Effizienz der Toolnutzung beim Problemlösen. Allerdings ließ sich dieser Trend statistisch nicht bestätigen. In den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken", in denen die Repräsentationsformen auch nicht genutzt werden durften, wurde diese Überlegenheit weder erwartet, noch in den Ergebnissen festgestellt. In diesen Aufgaben unterschieden sich die drei Gruppen nicht systematisch voneinander.

Über alle Versuchsbedingungen hinweg konnte sowohl für die Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" wie auch für die Toolnutzungsaufgaben ein deutlicher Leistungsanstieg nach einem entsprechenden Training festgestellt werden. Auch der Einfluss der Nähe des Transferkontextes zum Erwerbskontext für die effektive Nutzung der Repräsentationsform ist statistisch signifikant. Alles in allem zeigte sich also für die Aufgaben im Erwerbkontext ein deutlicher und auch erwarteter Trend zur Überlegenheit der Balkenwaage. Für die Hypothesen des Transferkontextes in den Aufgaben zur Toolnutzung, die eine Überlegenheit des Abstrakten Graphen voraussagten, konnte diese Erwartung zumindest als Trend gefunden werden. In dem nun folgenden Kapitel sollen diese Ergebnisse näher interpretiert werden.

8. Diskussion

8.1 Interpretation der Ergebnisse

Ziel der in dieser Arbeit beschriebenen empirischen Untersuchung war es herauszufinden, ob ein Training mit verschiedenen Repräsentationsformen bei Grundschulkindern Einfluss auf die Überwindung eines Misskonzeptes beim proportionalen Denken hat. Konkret interessierte hier die Frage, ob sich in Abhängigkeit von der Nutzung verschiedener Repräsentationsformen, die zu unterschiedlichen Handlungen und kognitiven Aktivitäten auffordern, Unterschiede zwischen Trainingsgruppen zeigen. Die Ergebnisse des Trainingsexperimentes sollen zunächst spezifisch in ihrer Wirkung auf die drei Repräsentationsformen diskutiert werden. Anschließend werden die Befunde hinsichtlich ihrer Bedeutung für die Merkmale Intuitive Interpretierbarkeit und Problembezug erörtert, und schließlich wird auf die Effizienz des Trainings global eingegangen, bevor methodische Fragen diskutiert werden.

8.1.1 Die drei Repräsentationsformen

<u>Die Balkenwaage</u>

Die Ergebnisse der vorliegenden Studie zeigen, dass die Balkenwaage im Vergleich zu dem Abstrakten wie dem Kontextualisierten Graphen am wirkungsvollsten zur Entwicklung proportionalen Denkens im Grundschulalter eingesetzt werden konnte.

Es wurde angenommen, dass die Balkenwaage eine Repräsentationsform ist, deren Funktionsweise intuitiv leicht verständlich ist (gehorcht physikalischen Gesetzen, erinnert in ihrer Funktion an eine bekannte Wippe) und durch die Ikonizität der Abbildung (Schrauben, Kolorierung nach Gegebenheiten des Trainingskontextes) auch einen einfachen Bezug zu dem Problemkontext herstellt. Es wurde erwartet, dass sie daher optimale Voraussetzungen bietet, um ein potentielles Misskonzept in diesem Bereich mithilfe eines kognitiven Konflikts wahrzunehmen und durch den Umgang mit der Form korrekte Strukturen bei der Lösung proportionaler Probleme zu erkennen. Wie wird diese Annahme von den vorliegenden Ergebnissen gestützt?

In beiden Posttests zeigten die Versuchsteilnehmer, die proportionales Denken mithilfe der Balkenwaage trainierten, tendenziell bessere Leistungen als die Kinder, die Proportionen mit dem Abstrakten bzw. Kontextualisierten Graphen übten. Einen direkten Hinweis für ein erfolgreiches Training geben die Ergebnisse zu den Aufgaben des "Puren Proportionalen Denkens", jene Aufgaben also, die die Verwendung einer korrekten Strategie (korrektes Konzept) bei leichter rechnerischer Anforderung testeten. Da bei diesen Aufgaben die Benutzung der Repräsentationsform nicht erlaubt war, deuten korrekte Lösungen hier auf ein tiefergehendes – von der Repräsentationsform losgelöstes - proportionales Verständnis hin. Nur in dem Maße, in dem es während des Trainings auch gelingt, einen Bezug zwischen den Strukturen der Problemsituation und denen der Repräsentationsform herzustellen, kann die Form auch tatsächlich hilfreich für das Verständnis der Problemsituation sein. Für die Balkenwaage zeigt sich dieser erfolgreiche Bezug vor allen Dingen in den Ergebnissen zu Posttest 2. Hier zeigte sich in einem geplanten Kontrast bei der Balkenwaagegruppe eine signifikant größere Leistungssteigerung durch das zweite Training als bei der Gruppe des Abstrakten Graphen. Dies ist besonders beeindruckend, weil das Thema des zweiten Trainings die effektive Nutzung der Repräsentationsform für rechnerisch schwierige Vergleichsaufgaben (Aufgaben zur Toolnutzung) war und nicht direkt die Verwendung von korrekten versus falschen Strategien bei proportionalen Problemen betraf. Die Tatsache, dass das Fokussieren auf Eigenschaften des Tools zu einem tieferen konzeptuellen Verständnis verhalf und eine weitere Leistungssteigerung bei den Aufgaben des "Puren Proportionalen Denkens" bewirkte, lässt darauf schließen, dass die Repräsentationsform und die Problemsituation so stark mental miteinander in Verbindung gebracht - verwoben - waren, dass die Förderung des Verständnisses der Form automatisch die Förderung der korrekten Strategie beim proportionalen Denken beeinflusste.

Einen weiteren Hinweis für ein erfolgreiches Training des Konzeptwechsels bilden die Ergebnisse bei den schwierigen Vergleichsaufgaben, in welchen die Spontaneität der Verwendung der Repräsentationsform getestet wurde. Bereits im ersten Posttest, zu einem Zeitpunkt also, als die Verwendung der Repräsentationsform für diesen speziellen Aufgabentyp noch nicht angesprochen wurde, zeigten die Versuchsteilnehmer der Balkenwaagegruppe statistisch signifikant höhere spontane Nutzungen ihrer Repräsentationsform als die Versuchsteilnehmer der Graphengruppen. Wie kann dies erklärt werden?

Mit diesen Aufgaben sollte getestet werden, inwieweit die jeweilige Versuchsperson bereit ist, ihre Repräsentationsform bei schwierigen Bruchrechenaufgaben einzusetzen. Ein wichtiger Grund, diese Form einzusetzen oder nicht, besteht darin, ob sie als hilfreich für die Lösung dieser Aufgaben angesehen wird. Wenn man unterstellt, dass die Versuchsteilnehmer motiviert waren, bestmöglichst zu arbeiten, dann deutet der Einsatz der Repräsentationsformen bei schwierigen

Vergleichsaufgaben[39] darauf hin, dass ein Bewusstsein von der proportionalen Problemstruktur dieser Aufgaben vorhanden war[40]. Auch wenn die Nutzung der Balkenwaage nicht in jedem Falle zu der richtigen Lösung führte, so lässt ihre Verwendung doch zumindest auf die Wahrnehmung eines Problembezugs schließen. Die Analysen der effektiven Toolnutzung zeigen zudem, dass die Balkenwaage nicht nur ziellos benutzt wurde, sondern in Posttest 1 auch deutlich effektiver für die Lösung der entsprechenden Aufgaben war als die anderen Repräsentationsformen. Auch die in Abschnitt 7.2.2 dargestellten Daten bezüglich der Kombination von Toolnutzung und korrekten Lösungen verdeutlichen die rasche Akzeptanz dieser Repräsentationsform im Gegensatz zu den beiden Graphen. Bereits im ersten Posttest war für die Balkenwaagegruppe die Beziehung zwischen Verwendung und Nicht-Verwendung ihrer Repräsentationsform in etwa ausgewogen. Des weiteren waren die Kinder, die die Balkenwaage verwendeten, auch in etwa der Hälfte der Fälle erfolgreich, während beispielsweise die Verwendung des Abstrakten Graphen - wenn er denn verwendet wurde - in Posttest 1 eher mit Misserfolg korreliert war. Die Ergebnisse im Posttest 1 können insgesamt als ein Hinweis auf die leichtere spontane Interpretierbarkeit der Balkenwaage (im Vergleich zu den Graphen) gewertet werden, da bis zu diesem Zeitpunkt die Nutzung der Form für diese speziellen Aufgaben noch nicht gelehrt wurde. Erwähnenswert ist auch, dass wider Erwarten die Balkenwaagegruppe bei der spontanen Verwendung ihrer Form im Transferkontext mit intensiven Größen (Geschwindigkeit) kaum schlechter als die beiden Graphengruppen abschnitt. Obwohl die Balkenwaage nicht optimal zur Abbildung intensiver Größen geeignet ist, zeigte diese Gruppe tendenziell immer noch höhere Leistungen als die Gruppe des Kontextualisierten Graphen.

Der Abstrakte Graph

Die Ergebnisse des Trainingsexperimentes bestätigen auch die Annahmen bezüglich des Abstrakten Graphen. Wie erwartet, eignete er sich nicht im gleichen Maße für ein Training zur Entwicklung proportionalen Denkens (Konzeptwechsel) wie die Balkenwaage. Seine dekontextualisierte Form und seine artifizielle Entwicklung mit seinen auf kulturellen Konventionen basierenden Interpretationen erschwerten – im Vergleich zur Balkenwaage - vermutlich den intuitiven Zugang zu der

[39] Die Vergleichsaufgaben waren deshalb schwierig, da sie Bruchrechenfähigkeiten erforderten, die Viertklässler noch nicht beherrschen.

[40] Es soll nicht verschwiegen werden, dass dies nur ein indirekter Hinweis auf dieses Bewusstsein ist, da proportionale Strukturen auch dann erkannt werden konnten, wenn die Repräsentationsform nicht genommen wurde, weil etwa die Funktionsweise für diese Repräsentationsform nicht klar war. Und umgekehrt garantiert auch die Verwendung der Repräsentationsform nicht automatisch ein Bewusstsein von der proportionalen Problemstruktur, da sie auch einfach spielerisch oder ohne genaue Intention eingesetzt werden kann.

Funktionsweise des Graphen und den automatischen Bezug zu der Problemsituation. In jeder Testung innerhalb des Erwerbskontextes war der Abstrakte Graph der Balkenwaage (und meist auch dem Kontextualisierten Graphen) tendenziell unterlegen. Dies gilt sowohl für die Aufgaben des "Puren Proportionalen Denkens" in beiden Posttests als auch für die Aufgaben der spontanen Toolnutzung (Vergleichsaufgaben) in Posttest 1.

Besonders auffällig sind die Ergebnisse der Vergleichsaufgaben in Posttest 1, für die diese Versuchsteilnehmer kaum von der Möglichkeit der Nutzung ihrer Repräsentationsform Gebrauch machten. Dies ist auch sichtbar in Abbildung 7-15. Die Gruppe des Abstrakten Graphen nutzte ihre Repräsentationsform kaum, und wenn sie sie nutzte, dann tendenziell häufiger falsch als richtig. Beachtenswert ist jedoch die starke Zunahme der spontanen Nutzung des Graphen in den entsprechenden Aufgaben nach dem zweiten Training, also jenem Training, in dem die effektive Handhabung der Repräsentationsform für die Vergleichsaufgaben auch explizit vorgestellt und geübt wurde. Dies zeigt deutlich, dass auch eine Repräsentationsform, die intuitiv nicht leicht zu interpretieren und zu handhaben ist, durch ein entsprechendes Training bereits von Viertklässlern effektiv genutzt werden kann. Im Vergleich zu den Aufgaben im ersten Posttest nutzte die Gruppe des Abstrakten Graphen ihre Repräsentationsform nicht nur spontan häufiger, sondern es wurde auch ein tendenziell höherer Anteil der korrekten Lösungen in Posttest 2 mit der Repräsentationsform erzielt als in Posttest 1.

Es soll jedoch darauf verwiesen werden, dass dieses Training der Repräsentationsform bei der Graphengruppe lediglich zu einer Verbesserung der spontanen und effektiven Nutzung dieser Form bei Problemlöseaufgaben (Vergleichsaufgaben) geführt hat und nicht - wie etwa bei der Balkenwaagegruppe - auch zusätzlich ein tieferes konzeptuelles Verständnis von proportionalem Denken (ausgedrückt in der Leistung der Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken") an sich förderte. Es zeigt sich also - wie aufgrund der Merkmale des Graphen erwartet - keine deutliche Verschmelzung der Repräsentationsform mit dem proportionalen Problemlösekontext; vielmehr muss von einer Separierung der beiden Bereiche (Nutzung des Graphen für Problemlöseaufgaben und Entwicklung des proportionalen Verständnisses) bei der Graphengruppe ausgegangen werden.

Etwas anders verhält es sich bei der spontanen Nutzung des Graphen im Transferkontext mit intensiven Größen (Geschwindigkeit). Auch wenn die Ergebnisse die Signifikanzgrenze nicht erreichten, so zeigte sich in dieser Aufgabe doch eine tendenzielle Überlegenheit der Gruppe des Abstrakten Graphen gegenüber der Balkenwaagegruppe und vor allen Dingen gegenüber der

Gruppe des Kontextualisierten Graphen. Die Kontextunabhängigkeit des Graphen schien also - wie erwartet - seine Nutzung auch auf andere Situationen eher zu ermutigen als die beiden anderen Repräsentationsformen.

Der Kontextualisierte Graph

Die Ergebnisse des Kontextualisierten Graphen waren insgesamt erwartungswidrig. Es wurde erwartet, dass die eingefügten Elemente die Strukturen des Abstrakten Graphen für den Umgang mit einem Misskonzept verbessern würden, indem die Visualisierung der Saftgläser und die Kolorierung des Hintergrunds einen Bezug zu der aktuellen Problemsituation nahelegten. Trotz dieser Veränderungen unterschied sich die Leistung der Gruppe des Kontextualisierten Graphen in den Aufgaben des Erwerbskontextes jedoch kaum von der Gruppe des Abstrakten Graphen. Dies gilt für die Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" ebenso wie für die Vergleichsaufgaben zur Toolnutzung.

In den Vergleichsaufgaben nutzte die Gruppe des Kontextualisierten Graphen zunächst (Posttest 1) kaum spontan ihre Repräsentationsform - ebenso wie die Gruppe des Abstrakten Graphen. Auch der direkte Kontextbezug ermutigte die Kinder also nicht, den Graphen für Aufgaben anzuwenden, die zwar in einem unbekannten Aufgabenformat, aber im gleichen Problemkontext angesiedelt waren. Ebenso wie die Gruppe des Abstrakten Graphen profitierte sie jedoch deutlich von dem zweiten Training, in dem die Handhabung des Graphen für diese Aufgaben angesprochen wurde. Aber auch hier hatte dieses Training vor allen Dingen Auswirkungen auf die Lösung eben jener Aufgaben; es beeinflusste nur mäßig ein weitergehendes, von der Form losgelöstes konzeptuelles Verständnis von Proportionalität, wie es die nur mäßigen Leistungen in den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" zeigen.

Auch in den Aufgaben des Transferkontextes mit Intensiven Größen (Geschwindigkeit) schnitt die Gruppe des Kontextualisierten Graphen nicht sehr gut ab. Ihre Leistungen waren tendenziell nicht nur geringer als bei dem Abstrakten Graphen - wie erwartet -, sondern sogar auch tendenziell schlechter als die der Balkenwaagegruppe[41]. Lediglich in den Ergebnissen zu den Nahtransferaufgaben, die wie

[41] Wie schon in Kapitel 6 erläutert, bekamen die Versuchspersonen für diesen Aufgabenkontext einen "abstrakten" Graphen, damit sie durch die Abbildung von Elementen einer Saftmischsituation (Erwerbskontext) für Aufgaben innerhalb eines Geschwindigkeitskontextes nicht zusätzlich verwirrt würden. Selbstverständlich kann auch dieser als "Verschlankung" gedachte Wechsel der Repräsentationsform dazu geführt haben, dass sie nicht so häufig spontan für die Vergleichsaufgaben genutzt wurde.

in dem Erwerbskontext mit extensiven Größen arbeiteten (Baumischungen), wurde der Graph[42] wieder häufiger für die Lösung schwieriger Vergleichsaufgaben genutzt als im Geschwindigkeitskontext.

Insgesamt jedoch scheint sich eine artifizielle Kontextualisierung des Graphen für ein Training zum Konzeptwechsel beim proportionalen Denkens nicht zu lohnen. Es konnte festgestellt werden, dass die spezifische Behandlung der Kontextualisierung weder für ein elaborierteres Verständnis der proportionalen Problemstruktur noch für die Bereitschaft, die Repräsentationsform für anspruchsvolle Aufgaben zu nutzen, signifikante Vorteile gegenüber dem Abstrakten Graphen erkennen ließen. In beiden Posttests ähnelten die Leistungen der Gruppe des Kontextualisierten Graphen eher denen der Gruppe des Abstrakten Graphen statt den besseren Leistungen der Balkenwaagegruppe. Die antizipierten Vorteile des erleichterten Problembezugs schienen sich so nicht bestätigt zu haben, während die zusätzliche Kontextualisierung die Nutzung der Vorzüge des Abstrakten Graphen für die Transfersituation (Intensive Größen) unterband.

Zusammenfassend zeigt sich also, dass der Umgang mit der Balkenwaage für die Überwindung eines proportionalen Misskonzeptes bei Viertklässlern Vorteile gegenüber dem Umgang mit den beiden Graphen hatte. Worauf jedoch sind diese Unterschiede zurückzuführen? Welche Bedeutung haben diese Ergebnisse über die Interpretation der drei Repräsentationsformen hinaus?

8.1.2 Intuitive Interpretierbarkeit und Problembezug

Zwei zentrale Merkmale, in denen sich die drei Repräsentationsformen für Grundschüler unterschieden, waren 1) ihre intuitive Verständlichkeit und 2) ihr Bezug zum Problemkontext. Der Balkenwaage kann für beide Merkmale die deutlichste Ausprägung bescheinigt werden, während bei dem Kontextualisierten Graphen nur ein deutlicher Kontextbezug und bei dem Abstrakten Graphen kein Merkmal gegeben ist.

Betrachtet man nun die im Vergleich zu den beiden Graphen besseren Ergebnisse der Balkenwaagegruppe für die Entwicklung proportionalen Denkens, so lässt sich folgern, dass der intuitiven Verständlichkeit, also dem Merkmal, in dem sich die Balkenwaage von beiden Graphen unterschied, eine vergleichsweise große Bedeutung für die Hilfe beim Konzeptwechsel zukommt. Dies ist an sich schlüssig, wenn man bedenkt, welche hohen Anforderungen an ein Werkzeug gestellt werden, das Hilfe beim Konzeptwechsel bieten soll. Gerade bei Misskonzepten handelt es sich um

[42] wiederum in der verschlankten Form

oft sehr robuste Überzeugungen, die sich über längere Zeit gebildet und in anderen Kontexten bewährt haben. Wenn eine Repräsentationsform die Funktion übernehmen soll, Alternativen für ein Misskonzept aufzuzeigen und zu vermitteln, dann genügt es nicht, wenn sie in ihren Elementen oder Regeln verstanden wird, sondern sie muss in ihrem Gesamtsystem schlüssig und intuitiv so überzeugend sein, dass die eigenen falschen Überzeugungen zunächst glaubhaft in Frage gestellt werden. Dies scheint der entscheidende Vorteil der Balkenwaage gegenüber beiden Graphen gewesen zu sein: Die Tatsache, dass ihre Funktionsweise auf dem Konzept der Balance beruht, einem intuitiv in sich selbst schlüssigen Phänomen (p-prim), das keiner weiteren Rechtfertigung bedarf (diSessa, 1993) und von früh an direkt erfahren wird (Wippe), scheint sie auch zu einem glaubhafteren, überzeugenderen Werkzeug zu machen.

Die Vorteile des Problembezugs schienen dagegen relativ gering zu sein, wie die erwartungwidrigen Ergebnisse des Kontextualisierten Graphen gegenüber dem Abstrakten Graphen vermuten lassen. Dies widerspricht zunächst einer gängigen Intuition. Möchte man ein Problem mit Hilfe eines Repräsentationswerkzeuges verdeutlichen, so ist die Wahrnehmung einer deutlichen Verbindung zwischen beiden eine Voraussetzung. Dies gilt um so mehr, so möchte man meinen, wenn das Repräsentationswerkzeug selber dem Anwender noch unvertraut ist. Einzelne Elemente des Tools müssen mit den entsprechenden Elementen der Problemsituation abgeglichen werden. Je deutlicher also der Problembezug ist, desto leichter und schlüssiger scheinen sich Schlussfolgerungen aus der Interpretation des Gegenstandes für die aktuelle Problemsituation ziehen zu lassen. Ein Graph, der schon deutliche Elemente des Problemkontextes beinhaltet, sollte demnach leichter wichtige Strukturen der Problemsituation verdeutlichen als ein abstrakter Graph ohne Problembezug. Warum wurde der erwartete vorteilhafte Effekt des Kontextualisierten Graphen hier nicht gefunden?

Ein Grund könnte in der Art der Kontextualisierung in Verbindung mit dem methodischen Ablauf des Trainings liegen. Vergleicht man die Ergebnisse des Abstrakten und des Kontextualisierten Graphen, so fällt auf, dass beide Gruppen in deutlichem Maße von dem Training profitierten, dessen wichtiges Ziel es war, die Repräsentationsform optimal für die Schüler einzuführen. Das bedeutet natürlich, dass die Versuchsteilnehmer während des Trainings immer wieder aufgefordert wurden, den Bezug zwischen Problemsituation und Repräsentationswerkzeug zu suchen, die Repräsentationsform also immer bewusst für die Problemsituation zu interpretieren. Es ist denkbar, dass diese Aufforderung – auch für die Gruppe des Abstrakten Graphen - ausreichend waren, den Problembezug herzustellen. Dies ist schlüssig, da die Operationalisierung der Kontextualisierung selber lediglich zwei Elemente (die Interpretation der Koordinatenpunkte und die Interpretation der Steigung) betraf. Wenn man sich vor Augen hält, dass bereits sechsjährige Kinder Koordinatenpunkte interpretieren können (Blades & Spencer, 1989, siehe Kapitel 2.6) dann scheint es, als hätte die Modifizierung des Abstrakten Graphen die Verdeutlichung von Elementen betroffen, deren Verständnis auch ohne diese Behandlung durchaus im kognitiven Limit von Viertklässlern liegt.

Darüber hinaus soll auch die Möglichkeit angesprochen werden, dass die Kontextualisierung sogar einen negativen Effekt gehabt haben könnte, indem sie durch die Abbildung realistischer Elemente zu einer "Verstehensillusion" und dadurch zu oberflächlichen Verarbeitungsstrategien geführt haben könnte (Mokros & Tinker, 1987, siehe Kapitel 2.5.2.3). Diese Möglichkeit soll allerdings nur in den Raum gestellt werden, eindeutige Aussagen hierzu können nicht getroffen werden, da keine Informationen zu den genutzten Strategien vorliegen.

Neben der erwartungswidrigen Ergebnislage innerhalb des Erwerbskontextes scheint die Kontextualisierung für den Transferkontext zudem die Vorteile des Abstrakten Graphen – wie erwartet - unterbunden zu haben. Die Frage, ob es sich lohnt, eine starke Anbindung an den Problemkontext künstlich zu konstruieren, um positive Effekte eines abstrakteren Repräsentationswerkzeuges zu verstärken, kann aus dieser Studie für ihre Funktion als Werkzeug des Konzeptwechsel – und mit dieser Art von Operationalisierung - klar mit "nein" beantwortet werden.

Zusammengenommen scheinen sich die positiven Leistungsunterschiede durch den Umgang mit den getesteten Repräsentationsformen vor allen Dingen auf ihre unterschiedliche intuitive Verständlichkeit zu beziehen.

8.1.3 Der Gesamteffekt des Trainings mit den Repräsentationsformen

Die im letzten Punkt geführte Diskussion um die im Vergleich zur Balkenwaage schlechteren Ergebnisse der beiden Graphengruppen soll nicht über die insgesamt sehr guten Ergebnisse aller drei Trainingsgruppen hinwegtäuschen. Zusammengenommen belegen die Ergebnisse der vorliegenden Studie deutlich, dass externe Repräsentationsformen - eingesetzt in einem Training zum proportionalen Denken - hilfreich für die Überwindung eines proportionalen Misskonzeptes sein können.

Es wurde angenommen, dass das Potential externer Repräsentationsformen für kognitiv anspruchsvolle Aufgaben wie der Überwindung eines Misskonzeptes erfolgreich eingesetzt werden kann, weil Repräsentationsformen ein Medium darstellen, an dem Erfahrungen mit Strukturen einer proportionalen Problemsituation explizit visualisiert und neue Interpretationen einer ursprünglich verstanden geglaubten Situation (Misskonzept) ermöglicht werden, die nicht zurückzuweisen sind. Diese Annahme wird durch zwei Ergebnisse aus der vorliegenden Studie gestützt.

Erstens verbesserten sich vom Vortest zu den beiden Posttests alle drei Trainingsgruppen nach einem Proportionstraining mit Repräsentationsformen deutlich in ihrer Leistung. Dabei geht dieser Leistungsanstieg mit einem elaborierten proportionalen Verständnis einher. Da in den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" die Repräsentationsform nicht benutzt werden durfte, sind die korrekten Lösungen nicht einfach auf ein "Ablesen" zurückzuführen, sondern auf ein überlegtes Einsetzen korrekter proportionaler Strategien. Zudem wurden die Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" in den Tests in einem anderen Format als in dem Training gestaltet. In dem Training übten die Kinder mit ihrer Repräsentationsform ausgehend von einfachen Verhältnissen (1 : 2; 1 : 3)[43] die Herstellung von dazu proportionalen Verhältnissen. In den Testaufgaben hingegen wurde von den Kindern verlangt, proportionale Verhältnisse auszuwählen oder neue, aber anspruchsvollere Verhältnisse zu konstruieren (Aufgaben, die teilweise auch eine Behandlung des Ausgangsverhältnisses erforderten). Es kann also davon ausgegangen werden, dass sich der aktive Umgang mit Repräsentationsformen in einem Proportionstraining positiv auf die Überwindung eines proportionalen Misskonzepts und die Bildung eines elaborierten proportionalen Verständnisses ausgewirkt hat.

Zweitens zeugt auch der Vergleich mit den Ergebnissen der Basisgruppe von einem effektiven Einsatz des Proportionstrainings mit Repräsentationsformen. Während sich die drei Trainingsgruppen zwischen Vor- und Posttests signifikant in ihren Leistungen verbesserten, zeigte die Basisgruppe ohne Proportionstraining (aber mit einem vergleichbar langen Schulunterricht dazwischen) keine diesbezügliche Verbesserung.

8.1.4 Überlegungen zur Methodik der Studie

Ein Vergleich von Basisgruppe und Trainingsgruppe wirft eine wichtige Frage auf: Wie viel von dem Leistungsanstieg beim proportionalen Denken in den Trainingsgruppen ist tatsächlich auf den Einsatz von Repräsentationsformen und nicht etwa auf das Training und die Konfrontation mit der Saftmischsituation zurückzuführen? Es könnte argumentiert werden, dass allein die etwa vierstündige

[43] Dabei handelt es sich um Verhältnisse, die keine weitere Division mehr erfordern.

Beschäftigung mit der proportionalen Thematik zu den Lernzuwächsen geführt hat. Dieser Einwand wäre berechtigt, wollte man aus den vorliegenden Daten schließen, dass Repräsentationsformen das beste Medium für die Entwicklung proportionalen Denkens seien. Ziel der Arbeit war es jedoch nicht, die optimale Trainingsform für proportionales Denken zu finden, sondern die Effizienz von Repräsentationsformen als Werkzeug für den Einsatz bei anspruchsvollen kognitiven Tätigkeiten wie Konzeptwechsel zu untersuchen und verschiedene Repräsentationsformen diesbezüglich miteinander zu vergleichen. Daher wurde ein Training entwickelt, das auf der Verwendung der Repräsentationsformen basierte. Eine Kontrollgruppe, die ein Training im proportionalen Denken ohne Verwendung der Repräsentationsformen durchführte, war in dieser Konzeption daher nicht intendiert. Nachdem die vorliegende Arbeit zeigte, dass ein Training mit visuellen Repräsentationsformen generell hilfreich für die Entwicklung proportionalen Denkens ist, läge jedoch eine interessante Weiterführung dieser Studie darin, die Vorteile von visuellen Repräsentationsformen gegenüber anderen Repräsentationsformen wie schriftsprachlichen oder formal-mathematischen direkt zu vergleichen.

Nicht unproblematisch ist die experimentelle Variation von Trainingssituationen hinsichtlich der Vergleichbarkeit der Bedingungen zwischen den drei Trainingsgruppen. Wie in Kapitel 6 schon angesprochen, lag das primäre Ziel während des Trainings in der optimalen Nutzung der spezifischen Handlungsmöglichkeiten jeder Repräsentationsform für die proportionale Problemsituation. Dies ist sinnvoll auf Basis der Annahmen der Situierten Kognition. Bedeutungsvolle Lernaktivitäten ergeben sich aus der jeweiligen spezifischen Situation und dem Lernkontext (zu dem maßgeblich die Art der Repräsentationsform beiträgt). Die Interventionen der Trainerinnen und die Reaktionen der Kinder ergaben sich deshalb in Abhängigkeit von den Merkmalen der drei Repräsentationsformen. Auf Basis dieser Voraussetzungen wurde dennoch Vergleichbarkeit gewährleistet, indem die Art der Aufgaben und die Zahlenverhältnisse fest vorgegeben und durch detaillierte Trainingsziele in relativ kurzen Zeitphasen strukturiert wurden. Zudem gewährleistete ein individueller Abschlusskontrolltest nach dem Training, dass jeder Versuchsteilnehmer das Trainingsziel erreichte.

8.2 Implikationen für die Praxis

Das vorliegende Trainingsexperiment wurde durchgeführt, um die Effekte des Umgangs mit verschiedenen Repräsentationsformen auf eine anspruchsvolle kognitive Tätigkeit, dem

Konzeptwechsel im Grundschulalter, zu untersuchen. Aus den oben diskutierten Ergebnissen können drei wesentliche Schlussfolgerungen gezogen werden:

1. Der aktive Umgang mit Repräsentationsformen in einem Training zum proportionalen Denken hat einen bedeutenden Einfluss auf die Überwindung des (additiven) proportionalen Misskonzeptes.

2. Die Balkenwaage als eine Repräsentationsform, die in sich intuitiv leichter verständlich ist und einen deutlichen Bezug zu dem entsprechenden Trainingskontext hat, hat als Werkzeug zur Überwindung des Misskonzeptes bei Grundschülern tendenziell größere Vorteile als die Graphen.

3. Auch der Umgang mit Graphen kann jedoch bereits in der vierten Klasse effektiv trainiert werden.

8.2.1 Repräsentationsformen als Hilfe für den Konzeptwechsel

Die vorliegenden Ergebnisse belegen, dass ein nur kurzes Training mit externen Repräsentationsformen bei der Überwindung eines proportionalen Misskonzeptes hilfreich sein kann. Damit wurde gezeigt, dass der aktive und adäquate Umgang mit Repräsentationsformen nicht nur der Visualisierung bekannter Situationen dienen, sondern auch zur Wahrnehmung neuer Situationen führen kann, die u.U. sogar in Konflikt mit den bisherigen (falschen) Überzeugungen in Bezug auf eine Problemsituation stehen (Misskonzept). In dem Maße, in dem die Funktionsweise der Repräsentationsform verstanden wird und als Mittel zur Darstellung der Problemsituation überzeugt, kann sie ein Medium für einen kognitiven Konflikt abgeben und spezifische Handlungen fordern (Affordances), durch die relevante Zusammenhänge der jeweiligen Problemsituation expliziert werden. Dies ist ein Hinweis darauf, dass Repräsentationsformen einen Werkzeugcharakter haben. Dass verschiedene Repräsentationsformen zu verschiedenen kognitiven Tätigkeiten auffordern können, auch wenn sie objektiv gesehen die gleichen Möglichkeiten haben, eine proportionale Problemsituation darzustellen, wurde durch die unterschiedlichen Ergebnisse der drei Repräsentationsformen belegt.

8.2.2 Die Balkenwaage als effiziente Repräsentationsform für den Konzeptwechsel

Wie oben schon diskutiert, konnte der Balkenwaage der größte Gewinn bei der Hilfe der Überwindung des Misskonzepts attestiert werden. Bedeutet dies, wie in Kapitel 2.6. diskutiert, dass für Grundschüler also doch eher konkrete, begreifbare Objekte zu verwenden sind, und dass man sie mit der Verwendung abstrakterer Repräsentationsformen überfordert? Eine Aussage dazu ist sicherlich nur dann zu treffen, wenn differenziert wird, was genau unter der Dimension konkret - abstrakt zu verstehen ist. In dieser Arbeit wurden die drei Formen anhand der beiden Unterdimensionen intuitives Verständnis der Funktionsweise und Problembezug abgegrenzt. Und es scheint, dass vor allen Dingen das intuitive Verständnis der Form zu deren größerer Effektivität bei der Überwindung des proportionalen Misskonzeptes beigetragen hat.

Ein zweiter interessanter Punkt betrifft die Wirkungsweise der Balkenwaage. Hat eventuell die Möglichkeit der aktiven Manipulation und das Beobachten von physikalisch gegründeten Ursache-Effekt-Sequenzen zu einer erhöhten Motivation der Nutzung der Form und zur Fokussierung der Aufmerksamkeit auf ihre Funktionsweise geführt? Wie schon Pintrich, Marx und Boyle (1993) betonen, werden motivationale Faktoren für den Konzeptwechsel oftmals unterschätzt. Die Balkenwaage kann Vorteile sowohl für kognitive als auch für moderierend motivationale Faktoren haben. Auch hier wäre es interessant, entsprechende Messungen vorzunehmen.

8.2.3 Die Bedeutung von Graphen für den Unterricht in der Grundschule

Trotz der Vorteile der Balkenwaage muss beachtet werden, dass auch die Kinder der beiden Graphengruppen deutlich von einem Training mit ihren Repräsentationsformen zum proportionalen Denken profitierten. Wie schon oben erwähnt, ist anhand der vorliegenden Daten zwar nicht eindeutig zu identifizieren, zu welchen Teilen auch die bloße Beschäftigung mit der proportionalen Thematik an sich schon zu dem Leistungsanstieg in diesem Bereich beigetragen hätte. Es ist jedoch bemerkenswert, dass die anspruchsvolle – eher abstrakte - Form des Graphen tatsächlich bereits im Grundschulalter effektiv genutzt werden kann. Bedenkt man, dass diese Form gewöhnlich erst ab der sechsten Klasse eingeführt wird - und zwar für die wenig anspruchsvolle Aufgabe der Visualisierung und bereits auf Basis eines schon weiter entwickelten proportionalen Verständnisses –, dann sind die hier gefundenen Ergebnisse beachtlich. Es liegt also durchaus bereits im kognitiven Limit von Viertklässlern, mit anspruchsvollen, eher abstrakten Formen wie dem Graphen umzugehen.

Besonderes Augenmerk soll hier auf die Aufgaben zur Toolnutzung gelegt werden. Die Ergebnisse diese Aufgaben zeigen, dass der Graph zwar nicht häufig spontan für Aufgaben des proportionalen Problemlösens genutzt wird (Posttest 1). Allerdings liegt die für den Schulunterricht wichtige Implikation darin, dass Viertklässler nach einer nur kurzen Instruktion, in der auf die kritischen Elemente des Graphen für die Lösung dieser Aufgaben eingegangen wird, durchaus in der Lage waren, ihren Graphen effektiv zu nutzen. Nach dieser Instruktion nutzten sie ihn nicht nur effektiver, sondern auch spontan – ohne dazu aufgefordert worden zu sein.

Einschränkend sind bei dieser Diskussion jedoch zwei Dinge zu beachten: Erstens, die Ergebnisse in Posttest 2 zur spontanen Nutzung des Graphen weisen eine annähernd bimodale Verteilung auf. Grob gesagt bedeutet dies, der Graph wird von einigen Probanden in allen Aufgaben genutzt, von anderen gar nicht. Da nicht identifiziert werden konnte, wie sich diese beiden Personengruppen unterscheiden[44], muss man davon ausgehen, dass vielleicht nicht alle Kinder von diesem kurzen Training profitierten (dies gilt jedoch auch für die Balkenwaagegruppe, wenn auch in geringerem Maße). Zweitens muss bei diesen Ergebnissen darauf aufmerksam gemacht werden, dass das zweite Training sehr wohl hilfreich für die Förderung der direkten und effizienten Anwendung des Graphen war, jedoch nicht – wie beispielsweise bei der Balkenwaage – auch zu einem elaborierteren Verständnis der gesamten proportionalen Thematik geführt hat. Zumindest für den Abstrakten Graphen hat das Training seiner Funktionsweise für den Einsatz bei schwierigen Vergleichsaufgaben nicht automatisch eine Verbesserung der Leistung bei den Aufgaben zum "Puren Proportionalen Denken" bewirkt. Es kann also nicht davon ausgegangen werden, dass die Nutzung des Graphen schon tief mit einer proportionalen Problemsituation verwoben war.

Betrachtet man diese Ergebnisse, so fragt man sich, ob sich tatsächlich der Aufwand lohnt, eine abstraktere Form wie den Graphen bereits im Grundschulalter einzuführen statt bis zur sechsten oder siebten Klasse zu warten, wo er dann sukzessive - schon auf ein proportionales Verständnis aufbauend und in Verbindung mit den entsprechenden mathematischen Formeln zur linearen Funktionsgleichung - eingeführt werden kann.

Meine Meinung, basierend auf den Ergebnissen dieser Studie, lautet: Es lohnt sich, diese Form bereits in der Grundschule einzusetzen und dies aus zwei Gründen. Gerade der Graph ist – vielleicht im Gegensatz zu der Balkenwaage - ein Repräsentationswerkzeug, das enormes Potential zur effizienten, schnellen Informationsgewinnung hat; es hilft durch die Visualisierung beim Problemlösen und kann auch – wie nicht zuletzt diese Studie zeigt – ein hilfreiches Medium der kognitiven Umstrukturierung sein. Die Fähigkeit, diese Form effizient und kritisch einzusetzen, ist eine enorme Hilfe und fast schon eine Voraussetzung für den Umgang mit vielen Problemen in formalen Disziplinen wie der Ökonomie oder den Naturwissenschaften. Der Graph ist also ein Werkzeug, dessen Einsatz

[44] Diese Personen konnten weder durch ihre unterschiedliche Mathematiknoten, noch durch unterschiedliche Vorleistung oder unterschiedliches Geschlecht differenziert werden.

über die Schule hinaus in vielen Bereichen gefordert wird. Wenn man bedenkt, dass noch viele Erwachsene Probleme im Umgang mit Graphen haben (Leinhardt et al. 1990), auf der anderen Seite aber schon junge Kinder von früh an die Tendenz zeigen, nicht-räumliche Konzepte räumlich darzustellen, dann ist dies ein Indiz dafür, dass Kinder bereits in der Grundschule behutsam an einen effizienten Umgang mit dem Graphen heranführt werden sollten – und können. Dies ist um so bedeutsamer, wenn man die Studien von Mevarech und Kramarsky (1997, siehe Kapitel 2.5) ernst nimmt und berücksichtigt, dass sich zu einem Zeitpunkt, zu der der Graph normalerweise eingeführt wird, nämlich in der Sekundarstufe, bereits häufig falsche Vorstellungen über dessen Anwendungsweise etabliert haben, die gegenüber Instruktion dann vergleichsweise robust sind.

Fasst man die Ergebnisse von der Wirksamkeit der eher konkreten, intuitiv verständlichen Form der Balkenwaage für die Aufgabe des Konzeptwechsels in der Grundschule mit der hohen Bedeutung der abstrakteren Repräsentationsform Graph zusammen, so könnte eine optimale Nutzung dieser Repräsentationsformen im Grundschulalter in einer Verbindung beider Formen liegen. Gerade im Hinblick auf die nur mittelmäßigen naturwissenschaftlichen und mathematischen Leistungen der deutschen Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe sollten Möglichkeiten und Werkzeuge, die dieses Verständnis schon früh fördern können, nicht außer acht gelassen werden. Repräsentationsformen bieten sich dazu an. Diese Studie zeigt, dass die Bedeutung von Repräsentationsformen als hilfreiches Werkzeug für die Entwicklung eines elaborierten konzeptuellen Verständnisses nicht unterschätzt werden sollte.

Literaturverzeichnis

Acredolo, C., Adams, A. & Schmid, J. (1984). On the understanding of the relationships between speed, duration, and distance. *Child Development, 55*, 2151-2159.

Alibali, M. W. & Goldin-Meadow, S. (1993). Gesture-speech mismatch and mechanisms of learning: What the hands reveal about a child's state of mind. *Cognitive Psychology, 25* (4), 468-523.

Anderson, J. R. (1978). Arguments concerning representations for mental imagery. *Psychological Review, 86*, 395-406.

Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive viewpoint*. New York: Holt, Rinehart & Winston.

Ball, D. L. (1992). Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education. *American Educator, 16*, 14-18.

Bar, V. (1987). Comparison of the development of ratio concepts in two domains. *Science Education, 71* (4), 599-613.

Bauer, M. I. & Johnson-Laird, P. N. (1993). How diagrams can improve reasoning. *Psychological Science, 4* (6), 372-378.

Bayerisches Staatsministerium für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst (1981). *Amtsblatt des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus. Lehrplan für die Grundschule* (Vol. 20). München: Kommunalschriften-Verlag J. Jehle.

Ben-Cham, D., Fitzgerald, W. M., Bendetto, C. & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics, 36*, 247-273.

Berg, C. A. & Phillips, D. G. (1994). An investigation of the relationship between logical thinking structures and the ability to construct and interpret line graphs. *Journal of Research in Science Teaching, 31* (4), 323-344.

Berliner Senatsverwaltung für Schule (1991). Vorläufiger Rahmenplan für Unterricht und Erziehung in der Berliner Schule. Berlin: Senatsverwaltung für Schule, Berufsbildung und Sport.

Berlyne, D. E. (1965). Curiosity and education. In J. D. Krumboltz (Ed.), *Learning and the educational Process*. Chicago, IL: Rand McNally & Co.

Biedermann, I. (1981). On the semantic of a glance at a scene. In M. Kubovy & J. R. Pomerantz (Eds.), *Perceptual organization* (pp. 213-253). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Biedermann, I. (1987). Recognition by components: A theory of human image understanding. *Psychological Review, 94*, 115-147.

Blades, M. & Spencer, C. (1989). Young children's ability to use coordinate references. *Journal of Genetic Psychology, 150* (1), 5-18.

Brecht, B. (1997). Über das Anfertigen von Bildnissen. In B. Brecht, *Ausgewählte Werke, Bd. 6* (S. 154-155). Frankfurt: Suhrkamp)

Bruner, J.S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, MA: Belkamp Press.

Bruner, J.S. (1996). *The culture of education*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Bruner, J. S., Olver, R R. & Greenfield, P. M. (1966). *Studies in cognitive growth: A collaboration at the Center for Cognitive Studies*. New York: John Wiley & Sons.

Carter, G., Westbrook, Susan L., & Thompkins, C. D. (1999). Examining science tools as mediators of students' learning about circuits. *Journal of Research in Science Teaching, 36* (1), 89-105.

Case, R. (1985). *Intellectual development. Birth to adulthood*. New York: Academic Press.

Cassidy, M. F. & Knowlton, J. Q. (1983). Visual literacy: A failed metaphor? *Educational Communication and Technology Journal, 31*, 67-90.

Chandler, P. & Sweller, J. (1991). Cognitive load theory and the format of instruction. *Cognition and Instruction, 8*, 293-332.

Chinn, C. A. & Brewer, W. F. (1993). The role of anomalous data in knowledge acquisition: A theoretical framework and implications for science instruction. *Review of Educational Research, 63*, 1-49.

Clancey, W. (1993). Situated action: A neuropsychological interpretation response to Vera and Simon. *Cognitive Science, 17*, 87-116.

Cohen, J. (1977). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. New York: Academic Press.

Craik, F. J. M. & Lockhart, R. S. (1972). Levels of processing: A framework for memory research. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior, 11*, 671-684.

de Ribaupierre, A. & Pascual-Leone, J. (1979). Formal operations and M-power: A neo-Piagetian investigation. In D. Kuhn (Ed.), *Intellectual development beyond childhood*. San Francisco: Jossey-Bass.

Dean, R. S. & Enemoh, P. A. C. (1983). Pictorial organization in prose learning. *Contemporary Educational Psychology, 8,* 20-27.

Detterman, D. K. & Sternberg, R. J. (1993). Transfer on trial: Intelligence, cognition, and instruction. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corp.

Dienes, Z. P. (1963). *An experimental study of mathematics-learning*. London: Hutchinson.

diSessa, A. (1993). Toward an epistemology of physics. *Cognition and Instruction, 10* (2 & 3), 105-225.

Drewniak, U. (1992). *Lernen mit Bildern und Texten*. Münster: Waxman.

Duchastel, P. C. & Waller, R. (1979). Pictorial illustration in instructional text. *Educational Technology, 19* (11), 20-25.

Eysenck, M. W. & Keane, M. T. (1990). *Cognitive psychology: A student's handbook.* Hove: Erlbaum.

Finke, R. A. (1985). Theories relating mental imagery to perception. *Psychological Bulletin, 98,* 236-259.

Fleming, M. L. & Levie, W. H. (1984). *Instructional message design : Principles from the behavioral sciences*. Englewood Cliffs, NY: Educational Technology Publ.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reitel.

Fry, R. (1981). Graphical literacy. *Journal of Reading, 25,* 383-390.

Gallistel, C. R. (1990). *The organization of learning*. Cambridge, MA: MIT Press.

Gattis, M. (1996). Spatial metaphor and the logic of visual representation, *AAAI Fall Symposium on Embodied Cognition and Action*, MIT.

Gelman, R. (1994). Constructivism and supporting environment. In D. Tirosh (Ed.), *Implicit and explicit knowledge: An educational approach* (pp. 55-82). Norwood, NJ: Ablex, Publishing Corp.

Geyselinck, V. & Tardieu, H. (1994). Illustrations, mental models, and comprehension of instructional text. In W. Schnotz & R. W. Kulhavy (Eds.), *Comprehension of graphics*, (pp. 139-163). Amsterdam: Elsevier.

Gibson, J. J. (1979). *The ecological approach to visual perception*. Boston: Houghton Mifflin Company.

Glass, G. V., Peckham, P. D. & Sanders, J. R. (1972). Consequences of failure to meet assumptions underlying the fixed effects analysis of variance and covariance. *Review of Educational Research, 42*, 237-288.

Greeno, J. G. (1991). Mathematical cognition: Accomplishments and challenges in research. In R. R. Hoffman & D. S. Palermo (Eds.), *Cognition and the symbolic processes: Applied and ecological perspectives* (pp. 255-279). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Greeno, J. G., Smith, D. R. & Moore, J. L. (1993). Transfer of situated learning. In D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), *Transfer on trial: Intelligence, cognition, and instruction* (pp. 99-167). Norwood, NJ: Ablex Publishing Corp.

Hager, W. & Hasselhorn, M. (1998). The effectiveness of the cognitive training for children from a differential perspective: A meta-evaluation. *Learning and Instruction, 8* (5), 411-438.

Hakstian, A., Rogers, W. T. & Cattell, R. B. (1982). The behavior of number-of-factors rules with simulated data. *Multivariate Behavioral Research, 17*, 193-219.

Halford, G. S. (1993). *Children's understanding: The development of mental models*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Halford, G. S. (1998). Development of processing capacity entails representing more complex relations: Implications for cognitive development. In R. H. Logie & K. J. Gilhooly (Eds.), *Working memory and thinking* (pp. 139-157). Hove: Psychology Press.

Hanson, J. R., Silver, H. F. & Strong, R. W. (1988). Learning styles and visual literacy: Connections and actions. In R. A. Braden, B. Braden, D. G. Beauchamp & L. Miller (Eds.), *Visual literacy in life and learning* (pp. 134-156). Blacksburg, VA: Virginia Tech University.

Hart, K. M. (1981). *Children's understanding of mathematics: 11-16*. London: John Murray, Ltd.

Hegarty, M. & Just, M. A. (1989). Understanding machines from text and diagrams. In H. Mandl & J. R. Levin (Eds.), *Knowledge acquisition from text and pictures* (pp. 171-194). Amsterdam: Elsevier.

Hewson, P. W. & Hewson, M. G. (1984). The role of conceptual conflict in conceptual change and the design of science instruction. *Instructional Science, 13*, 1-13.

Hoffer, A. R. & Hoffer, S. A. K. (1988). Ratios and proportional thinking. In T. R. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8* (pp. 303-330). Boston: Allyn and Bacon.

Hughes, M. (1986). *Children and number. Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Basil Blackwell.

Issing, L. J. (1994). Wissenserwerb mit bildlichen Analogien: Informierende Bilder. In B. Weidenmann (Hrsg.), *Wissenserwerb mit Bildern: instruktionale Bilder in Printmedien, Film/Video und Computerprogrammen* (S. 149-176). Bern: Huber.

Jacobs, B. (1994). Graphische versus tabellarische Repräsentation von statistischen Daten. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 8* (2), 73-78.

Johnson, J. K. & Howe, A. C. (1978). The use of cognitive conflict to promote conservation acquisition. *Journal of Research in Science Teaching, 15*, 239-247.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge: Cambridge University Press.

Johnson-Laird, P. N. (1996). Images, models, and propositional representations. In M. de Vega, M. J. Intons Peterson, P. N. Johnson-Laird & M. Denis (Eds.), *Models of visuospatial cognition* (pp. 90-127). New York: Oxford University Press.

Juraschek, W. A. & Grady, M. T. (1981). Format variations on equilibrium in the balance. *Journal of science teaching, 18* (1), 47-49.

Kaiser, M. K., Proffitt, D. R. & Anderson, K. (1985). Judgments of natural and anomalous trajectories in the presence and absence of motion. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 11,* 795-803.

Karmiloff-Smith, A. (1992). *Beyond modularity: A developmental perspective on cognitive science*. Cambridge, MA: MIT Press.

Karplus, R., Karplus, E. F. & Wollman, W. (1974). Intellectual development beyond elementary school: Ratio, the influence of cognitive style. *School Science and Mathematics, 74* (4), 474-482.

Karplus, R., Pulos, S. & Stage, E. K. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 45-90). New York: Academic Press.

Kebeck, G. (1994). *Wahrnehmung. Theorien, Methoden und Forschungsergebnisse der Wahrnehmungspsychologie*. Weinheim: Juventa.

Knowlton, J. Q. (1966). On the definition of "picture". *AV Communication Review, 14*, 157-183.

Koerber, S. (1999). Young children's spontaneous interpretation of slopes in graphs. Retrieved July 01, 2000 from the World Wide Web: http://www.mpib-berlin.mpg.de/Enterprise/showcase/koer1999.pdf

Koffka, K. (1935). *Principles of Gestalt psychology*. London: Kegan Paul.

Koran, M. L. & Koran, J. (1980). Interaction of learner characteristics with pictorial adjuncts in learning from science text. *Journal of Research in Science Teaching, 17,* 477-483.

Kosslyn, S. M. (1980). *Image and mind*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Kosslyn, S. M. (1994). *Elements of graph design*. New York: W. H Freeman & Co.

Kosslyn, S. M., Brunn, J., Cave, K. R. & Wallach, R. W. (1984). Individual differences in mental imagery ability: A computational analysis. *Cognition, 18*, 195-243.

Lacy, L. (1987). An interdisciplinary approach for students K-12 using visuals of all kinds. In R. A. Braden, D. G. Beauchamp & L. W. Miller (Eds.), *Visible & viable. The role of images in instruction and communication* (pp. 45-59). Wolfe City, TX: International Visual Literacy Association.

Lakoff, G. & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago: University of Chicago Press.

Larkin, J. H. & Simon, H. A. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words. *Cognitive Science, 11* (1), 65-100.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge: Cambridge University Press.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O. & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research, 60* (1), 1-63.

Levie, W. H. & Lentz, R. (1982). Effects of text illustrations: A review of research. *Educational Communication and Technology Journal, 30*, 195-232.

Levin, J. R. (1981). On functions of pictures in prose. In F. J. Pirozzolo & M. C. Wittrock (Eds.), *Neuropsychological and cognitive processes in reading* (pp. 202-228). New York: Academic Press.

Levin, J. R., Anglin, G. J. & Carney, R. N. (1987). On empirically validating functions of pictures in prose. In M. W. Dale & A. H. Harvey (Eds.), *The psychology of illustrations, Vol. 1* (pp. 51-86). New York: Springer Verlag.

Lewalter, D. (1997). *Lernen mit Bildern und Animationen: Studie zum Einfluss von Lernermerkmalen auf die Effektivität von Illustrationen*. Münster: Waxmann.

Maichle, U. (1994). Cognitive processes in understanding line graphs. In W. Schnotz & R. W. Kulhavy (Eds.), *Comprehension of graphics* (pp. 207-226). Amsterdam: Elsevier.

Mandl, H. & Levin, J. R. (1989). Knowledge acquisition from text and pictures. Amsterdam: Elsevier.

Mandl, H., Gruber, H. & Renkl, A. (1996). Communities of practice toward expertise: Social foundation of university instruction. In P. B. Baltes & U. M. Staudinger (Eds.), *Interactive minds: Life-span perspectives on the social foundation of cognition* (pp. 394-411). New York: Cambridge University Press.

Mayer, R. E. (1993). Illustrations that instruct. In R. Glaser (Ed.), *Advances in Instructional Psychology, Vol. 10* (pp. 253-284). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mayer, R. E. & Gallini, J. K. (1990). When is an illustration worth ten thousand words? *Journal of Educational Psychology, 82* (4), 715-726.

McCloskey, M. & Kohl, D. (1983). Naive physics: The curvilinear impetus principle and its role in interactions with moving objects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, Cognition, 9*, 146-156.

McDermott, L. C., Rosenquist, M. L. & van Zee, E. H. (1987). Student difficulty in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics, 55*, 503-513.

Mevarech, Z. R. & Kramarsky, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: Stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics, 32*, 229-263.

Miller, P. H. (1993). *Theorien der Entwicklungspsychologie*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Mokros, J. R. & Tinker, R. F. (1987). The impact of microcomputer-based labs on children's ability to interpret graphs. *Journal of Research in Science Teaching, 24* (4), 369-383.

Moore, C. F., Dixon, J. A. & Haines, B. A. (1991). Components of understanding in proportional reasoning: A fuzzy set representation of developmental progressions. *Child Development, 62*, 441-459.

Moore, J. L. & Schwartz, D. L. (submitted). Understanding the relationship between representations and their quantitative referent: A study in the domain of statistics. *Journal for Research in Mathematics Education*.

Moore, M. & Dwyer, F. M. (1994). *Visual literacy. A spectrum of visual learning*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.

Namy, L. L., Smith, L. B. & Gershkoff-Stowe, L. (1997). Young children's discovery of spatial classification. *Cognitive Development, 12*, 163-184.

National Council of Teachers of Mathematics (1998). Principles and standards for school mathematics. Discussion draft. Reston Virginia.

Neisser, U. (1974). *Kognitive Psychologie*. Stuttgart: Klett-Cotta.

Newell, A. (1990). *Unified theories of cognition*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Niaz, M. (1995). Cognitive conflict as a teaching strategy in solving chemistry problems: A dialectic-constructivist perspective. *Journal of Research in Science Teaching, 32* (9), 959-970.

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept : Part 1 Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics, 11*, 217-253.

Nunes, T., Schliemann, A. D. & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Oerter, R. & Dreher, M. (1995). Entwicklung des Problemlösens. In R. Oerter & L. Montada (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (S. 561-622). Weinheim: Beltz.

Olson, D. R. (1977). The languages of instruction: On the literate bias of schooling. In R. C. Anderson, R. C. Spiro & M. C. Montague (Eds.), *Schooling and the acquisition of knowledge* (pp. 65-69). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Owens, L.A. (1985). The effect of masked pictures on the interpretation of ambiguous pictures. *Current Psychological Research and Reviews, 4*, 108-118.

Paivio, A. (1971). *Imagery and verbal processes*. New York: Holt, Rinchart & Winston.

Paivio, A. (1986). *Mental representations: A dual coding approach*. Oxford, England: Oxford University Press.

Peeck, J. (1994). Wissenserwerb mit darstellenden Bildern. In B. Weidenmann (Hrsg.), *Wissenserwerb mit Bildern: instruktionale Bilder in Printmedien, Film/Video und Computerprogrammen* (S. 59-94). Bern: Huber.

Petterson, R. (1994). Visual literacy and infonology. In B. Weidenmann (Hrsg.), *Wissenserwerb mit Bildern: instruktionale Bilder in Printmedien Film / Video und Computerprogrammen* (S. 215-235). Bern: Huber.

Piaget, J. (1970). *Science of education and the psychology of the child*. New York: Orion Presss.

Piaget, J., Grize, J.-B., Szeminska, A. & Bang, V. (1977). *Epistmology and psychology of functions* (Vol. 83). Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1955). *La genèse de l'idée de l'enfant à la logique de l'adolescents.* Paris: Presse Universitaires de France.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1977). *Von der Logik des Kindes zur Logik des Heranwachsenden: Essay über die Ausformung der formalen operativen Strukturen*. Olten: Walter.

Pinker, S. (1983). *Pattern perception and comprehension of graphs*. Cambridge MA: MIT.

Pinker, S. (1990). A theory of graph comprehension. In R. Freedle (Ed.), *Artificial intelligence and the future of testing* (pp. 73-126). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Pintrich, P. R., Marx, R. W. & Boyle, R. A. (1993). Beyond cold conceptual change: The role of motivational beliefs and classroom contextual factors in the process of conceptual change. *Review of Educational Research, 63* (2), 167-199.

Posner, G., Strike, K., Hewson, P. & Gertzog, W. (1982). Accommodation of a scientific conception: Toward a theory of conceptual change. *Science Education, 66*, 211-227.

Post, T. R., Wachsmuth, I., Lesh, R. & Behr, M. J. (1985). Order and equivalence of rational numbers: A cognitive analysis. *Journal for Research in Mathematics Education, 16* (1), 18-36.

Pylyshyn, Z. W. (1973). What the mind's eye really tells the mind's brain: A critique of mental imagery. *Psychological Bulletin, 80*, 1-24.

Pylyshyn, Z. W. (1981). The imagery debate: Analogue media versus tacit knowledge. *Psychological Review, 88*, 16-45.

Ragan, T. J. (1988). Foundations for a visual perceptual development curriculum. In R. A. Braden, B. Braden, B. D. G. & I. Miller (Eds.), *Visual literacy in life and learning*. Blacksburg, VA: Virginia Tech University.

Reed, S. K. (1985). Effect of computer graphics on improving estimates to algebra word problems. *Journal of Educational Psychology, 24*, 309-324.

Renkl, A. & Mandl, H. (1995). Kooperatives Lernen: Die Frage nach dem Notwendigen und dem Ersetzbaren. *Unterrichtswissenschaft, 23*, 292-300.

Resnick, L. B. & Omanson, S. F. (1987). Learning to understand arithmetic. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology, Vol. 3* (pp. 41-96). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Resnick, L. B. & Singer, J. A. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning. In T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 107-130). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Ricco, G. (1982). Les premieres acquisitions de la notion de fonction lineaire chez l'enfants de 7 a 11 ans. *Educational Studies in Mathematics, 13,* 289-237.

Rieber, L. P. (1990). Animation in computer based instruction. *Educational Technology Research and Development, 38*, 77-86.

Roth, W.-M., Woszczyna, C. & Smith, G. (1996). Affordances and constraints of computers in science education. *Journal of Research in Science Teaching, 33* (9), 995-1017.

Salomon, G. (1984). Television is "easy" and print is "tough": The differential investment of mental effort in learning as a function of perceptions and attributions. *Journal of Educational Psychology, 76*, 647-658.

Salomon, G. (1994). *Interaction of media, cognition, and learning*. Hillsdale NJ: Erlbaum.

Schliemann, A. D. & Nunes, T. (1990). A situated schema of proportionality. *British Journal of Developmental Psychology, 8* (3), 259-268.

Schnotz, W. (1994). Wissenserwerb mit logischen Bildern. In B. Weidenmann (Hrsg.), *Wissenserwerb mit Bildern: instruktionale Bilder in Printmedien, Film/Video und Computerprogrammen* (S. 95-147). Bern: Huber.

Schnotz, W. (1997). Zeichensysteme und Wissenserwerb mit neuen Informationstechnologien. In H. Gruber & A. Renkl (Hrsg.), *Wege zum Können. Determinanten des Kompetenzerwerbs* (S. 218-235). Bern: Huber.

Schnotz, W. (1998). Visuelles Lernen. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch Pädagogische Psychologie* (S. 556-560). Weinheim: PsychologieVerlagsUnion.

Schnotz, W. & Bannert, M. (1999). Einflüsse der Visualisierungsform auf die Konstruktion mentaler Modelle beim Text- und Bildverstehen. *Zeitschrift für Experimentelle Psychologie, 46* (3), 217-236.

Schnotz, W., Böckheler, J., Grzondziel, H., Gärtner, I. & Wächter, M. (1998). Individuelles und kooperatives Lernen mit interaktiven animierten Bildern. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 12* (2/3), 135-145.

Schnotz, W., Picard, E. & Henninger, M. (1994). The use of graphics and texts in constructing mental models. In W. Schnotz & R. W. Kulhavy (Eds.), *Comprehension of graphics* (pp. 185-205). Amsterdam: Elsevier.

Schnotz, W., Zink., T. & Pfeiffer, M. (1996). Visualisierungen im Lehr-Lern-Prozess. *Zeitschrift für Pädagogik, 42* (2), 193-213.

Schwartz, D. L. (1995). Reasoning about the referent of a picture versus reasoning about the picture as a referent: An effect of visual realism. *Memory and Cognition, 23*, 700-722.

Schwartz, D. L. & Moore, J. L. (1998). On the role of mathematics in explaining the material world: Mental models for proportional reasoning. *Cognitive Science, 22* (4), 471-516.

Sera, M. D., Troyer, D. & Smith, L. B. (1988). What do two-year-olds know about the size of things? *Child Development, 59*, 1489-1496.

Shepard, R. & Cooper, L. A. (1982). *Mental images and their transformation*. Cambridge MA: MIT Press.

Siegel, S. & Castellan, J. J. (1988). *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. New York: McGraw-Hill, Inc.

Siegler, R. S. (1976). Three aspects of cognitive development. *Cognitive Psychology, 8*, 481-520.

Siegler, R. S. (1986). *Children's thinking*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds. The process of change in children's thinking*. Oxford: Oxford University Press.

Siegler, R. S. & Stern, E. (1998). Conscious and unconscious strategy discoveries: A microgenetic analysis. *Journal of Experimental Psychology: General, 127*, 377-397.

Singer, J. A., Kohn, A. S. & Resnick, L. B. (1997). Knowing about proportions in different contexts. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 115-132). Hove: Psychology Press.

Sless, D. (1981). *Learning and visual communication*. New York: Wiley.

Sodian, B. (1995). Entwicklung bereichsspezifischen Wissens. In R. Oerter & L. Montada (Hrsg.), *Entwicklungspsychologie* (S. 622-654). Weinheim: Beltz.

Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal of Research in Mathematics Education, 20* (5), 498-505.

Spelke, E. S. (1991). Physical knowledge in infancy: Reflections on Piaget's theory. In S. Carey & R. Gelman (Eds.). The epigenesis of mind: Essays on biology and cognition (pp. 133-169). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stavy, R., Strauss, S., Orpaz, N. & Carmi, G. (1982). U-shaped behavioral growth in ratio comparisons. In S. Strauss & R. Stavy (Eds.), *U-shaped behavioral growth* (pp. 11-36). New York: Academic Press.

Stern, E. (1998). *Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter*. Lengerich: Pabst.

Stern, E., Aprea, C. & Ebner, H. G. (in press). Improving cross-content transfer in text processing by means of active graphical representation. *Learning and Instruction*.

Stern, E., Hardy, I. & Koerber, S. (in Druck). Die Nutzung graphisch-visueller Repräsentationsformen im Sachunterricht. In K. Möller, A. Hartinger & K. Spreckelsen (Hrsg.), *GDSU-Forschungsband Nr 5*.

Stigler, J. W. (1984). "Mental abacus": The effect of abacus training on Chinese children's mental calculation. *Cognitive Psychology, 16* (2), 145-176.

Stigler, J. W., Chalip, L. & Miller, K. F. (1986). Consequences of skill: The case of abacus training in Taiwan. *American Journal of Education, 94* (4), 447-479.

Stone, D. E. & Glock, M. D. (1981). How do young adults read directions with and without pictures. *Journal of Educational Psychology, 73,* 419-426.

Streefland, L. (1985). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process (towards ... a theory). Part II: The outline of the long term learning process. *Educational Studies in Mathematics, 16,* 75-94.

Sweller, J. (1988). Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science, 12*, 257-285.

Szlichcinsky, K. P. (1980). The syntax of pictorial instruction. In P. A. Kolers, M. E. Wrolstad & H. Bouma (Eds.), *Processing visible language, Vol. II* (pp. 113-124). New York: Plenum Press.

Thompson, S. V. & Rieding, R. J. (1990). The effect of animated diagrams on the understanding of a mathematical demonstration in 11-14 year-old pupils. *British Journal of Educational Psychology, 60*, 93-98.

Tourniaire, F. & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics, 16*, 181-204.

Tufte, E. R. (1983). *The visual display of quantitative information*. Cheshire, Connecticut: Graphics Press.

Tversky, B., Kugelmass, S. & Winter, A. (1991). Cross-cultural and developmental trends in graphic productions. *Cognitive Psychology, 23* (4), 515-557.

van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.

Vera, A. H. & Simon, H. A. (1993). Situated action: A symbolic interpretation. *Cognitive Science, 17*, 7-48.

Verdi, M. P., Johnson, J. T., Stock, W. A., Kulhavy, R. W. & Whitman-Ahern, P. (1997). Organized spatial displays and texts: Effects of presentation order and display type on learning outcomes. *The Journal of Experimental Education, 65* (4), 303-317.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In M. Behr & J. Hiebert (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Vygotsky, L. S. (1960). *Development of the higher psychological functions*. Moskau: APN.

Vygotsky, L. S. (1981). The instrumental method in psychology. In J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in Soviet Psychology*. Armonk, NY: M.E. Sharp.

Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher, 21* (1), 14-23.

Wearne, D. & Hiebert, J. (1988). A cognitive approach to meaningful mathematics instruction: Testing a local theory using decimal numbers. *Journal of Research in Mathematics Education, 19*, 371-384.

Weidenmann, B. (1988). *Psychische Prozesse beim Verstehen von Bildern*. Bern: Huber.

Weidenmann, B. (1994). Informierende Bilder. In B. Weidenmann (Hrsg.), *Wissenserwerb mit Bildern: instruktionale Bilder in Printmedien, Film/Video und Computerprogrammen* (S. 9-58). Bern: Huber.

Wertheimer, M. (1938). *Laws of organization in perceptual forms in a source book for Gestalt Psychology*. London: Kegan Paul.

White, B.Y. (1993). Thinker tools: Causal models, conceptual change and science education. *Cognition and Instruction, 10* (1), 1-100.

Wilkening, F. (1981). Integrating velocity, time, and distance variation: A developmental study. *Cognitive Psychology, 13*, 231-247.

Wilkening, F. (1982). Children's knowledge about time, distance and velocity interrelations. In W. J. Friedman (Ed.), *The developmental psychology of time* (pp. 87-112). New York: Academic Press.

Wilkening, F., Becker, J. & Trabasso, T. (1980). Information integration by children. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Winch, W. H. (1913). Should young children be taught arithmetical proportion? Parts 1, 2 & 3. *Journal of Experimental Pedagogy, 2*, 79-88; 319-330; 406-420.

Winn, W. (1982). The role of diagrammatic representation in learning sequences, identification and classification as a function of verbal and spatial ability. *Journal of Research in Science Teaching, 19*, 79-89.

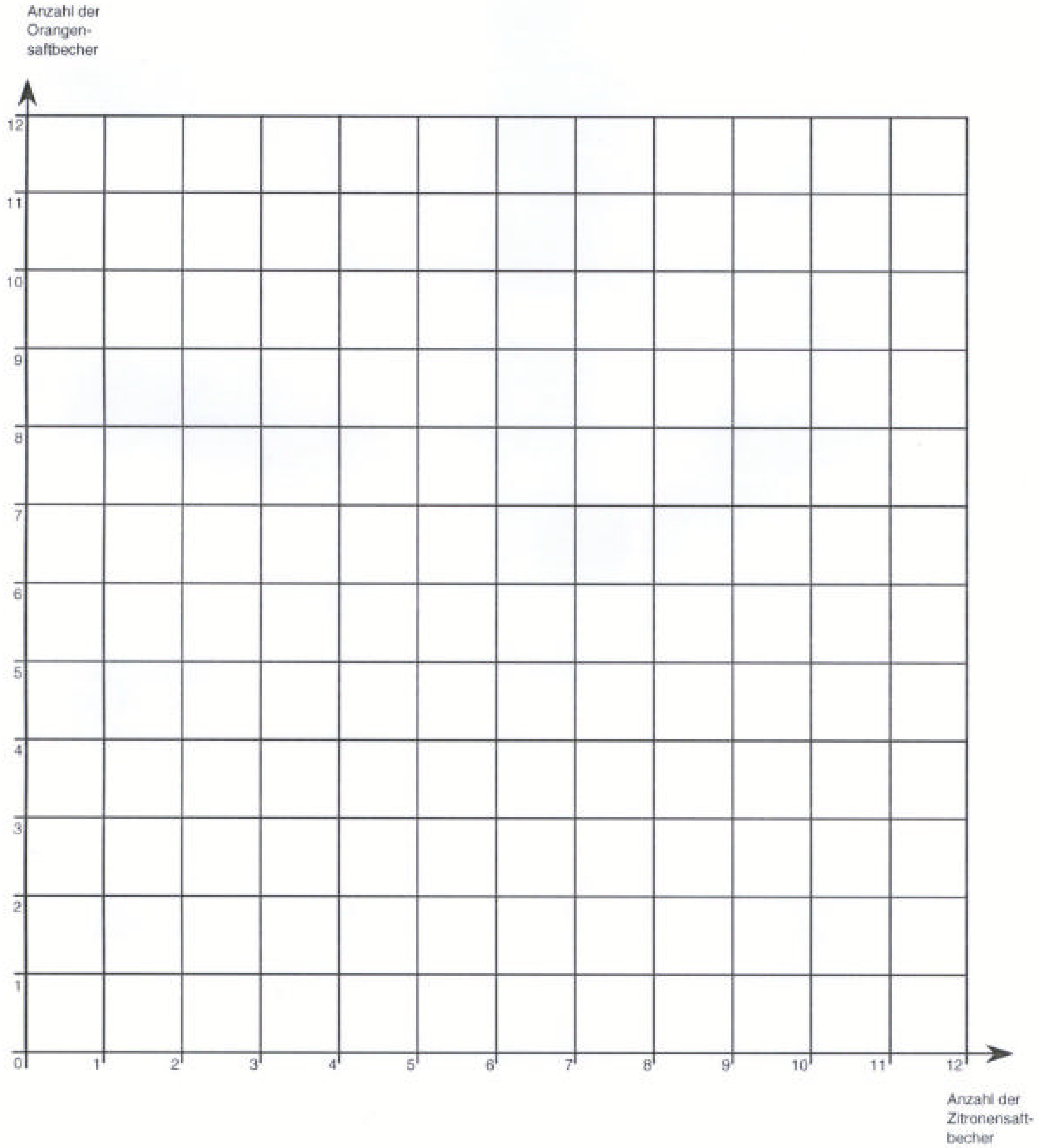
Winn, W. (1994). Contributions of perceptual and cognitive processes to the comprehension of graphics. In W. Schnotz & R. W. Kulhavy (Eds.), *Knowledge acquisition from text and pictures* (pp. 3-27). Amsterdam: Elsevier.

Witruk, E. (1982). Eye movements as a process indicator of interindividual differences in cognitive information processing. In R. Groner & P. Fraisse (Eds.), *Cognition and eye movements* (pp. 194-203). Amsterdam: Elsevier.

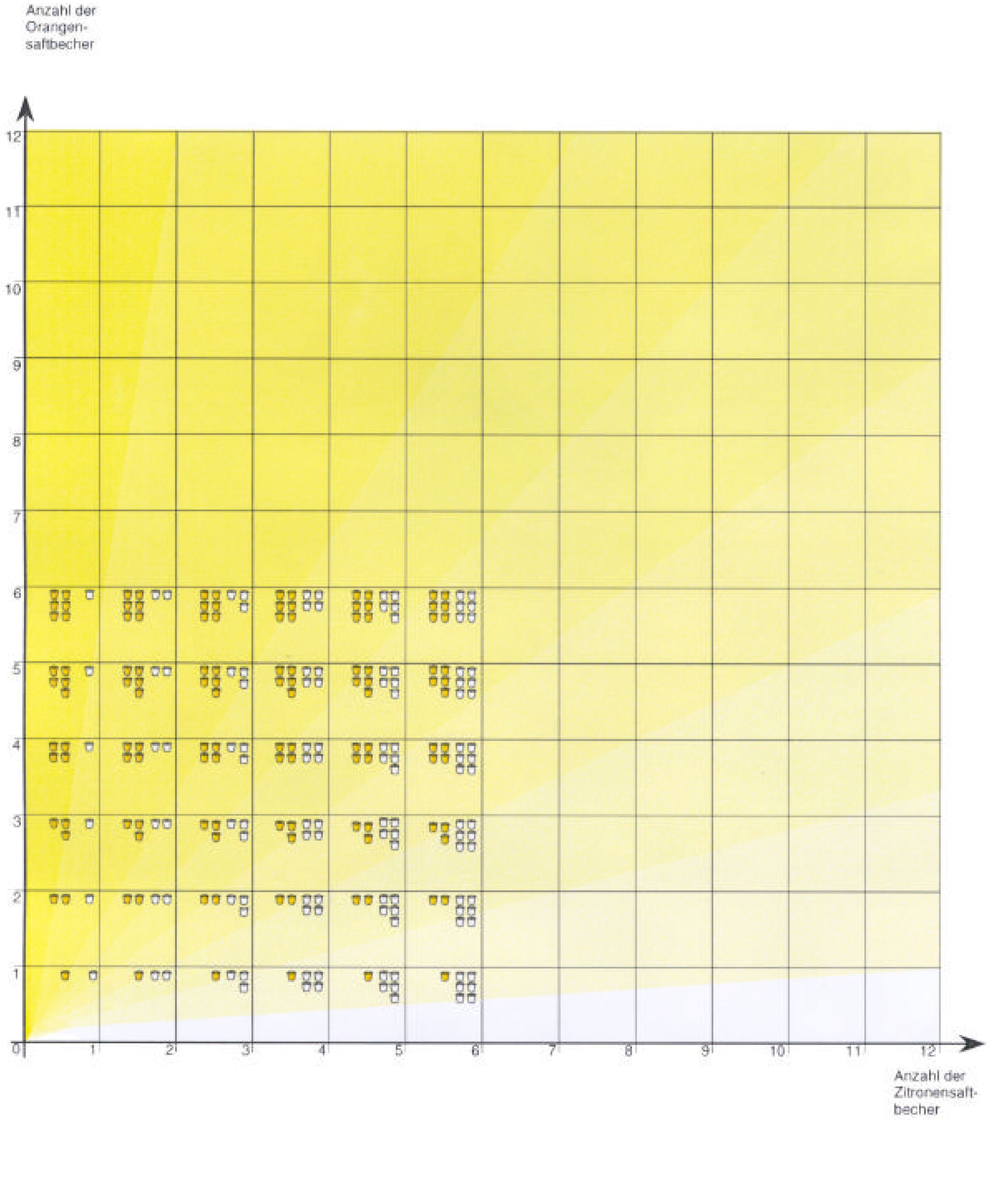
Anhang

ANHANG I – REPRÄSENTATIONSFORMEN

Anhang I-1 Der Abstrakte Graph



Anhang I-2 Der Kontextualisierte Graph



Anhang I-3 Die Balkenwaage

ANHANG II – STATISTISCHE AUSWERTUNGEN

Anhang II-1 Ergebnistabellen: Mittelwerte - Standardabweichungen

Tabelle II-1-1: Ergebnisse der Mittelwerte und Standardabweichungen der drei Trainingsgruppen (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Basisgruppe für die Variablen *Mathematiknote* und *Leistung im "Puren Proportionalen Denken" (PPD)* im Vortest, Posttest 1, Posttest 2 und Transfertest (fern)

Bedingung		**Mathenote**	**Vortest *PPD***	**Posttest 1 *PPD***	**Posttest 2 *PPD***	**Transfertest (fern) *PPD***
Abstrakter Graph	Mittelwert	2,39	2,22	4,35	4,43	3,61
	N	23	23	23	23	23
	Standard-abweichung	,84	3,38	3,23	3,45	3,69
Kontextualisierter Graph	Mittelwert	2,14	1,77	4,18	4,82	3,77
	N	22	22	22	22	22
	Standard-abweichung	,71	2,88	3,45	3,47	3,16
Balkenwaage	Mittelwert	2,45	2,91	5,27	6,32	4,18
	N	22	22	22	22	22
	Standard-abweichung	1,10	3,22	3,15	2,83	2,56
Total	Mittelwert	2,33	2,30	4,60	5,18	3,85
	N	67	67	67	67	67
	Standard-abweichung	,89	3,16	3,26	3,32	3,14
Basisgruppe	Mittelwert	2,93	2,11	2,52	2,59	1,74
	N	27	27	27	27	27
	Standard-abweichung	1,11	2,56	2,93	2,96	2,54
Total	Mittelwert	2,50	2,24	4,00	4,44	3,24
	N	94	94	94	94	94
	Standard-abweichung	,99	2,99	3,29	3,42	3,12

Tabelle II-1-2: Ergebnisse der Mittelwerte und Standardabweichungen der drei Trainingsgruppen (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) für die Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben (TN)* im Vortest, Posttest 1, Posttest 2, Transfertest (fern) und Transfertest (nah); Höchstwert jeweils drei Punkte

Bedingung		**Posttest 1 *TN***	**Posttest 2 *TN***	**Transfertest (fern) *TN***	**Transfertest (nah) *TN***
Abstrakter Graph	Mittelwert	,61	1,57	1,04	1,00
	N	23	23	23	23
	Standardabweichung	1,03	1,44	1,40	1,24
Kontextualisierter Graph	Mittelwert	,55	1,55	,45	,95
	N	22	22	22	19
	Standardabweichung	1,01	1,44	1,06	1,43
Balkenwaage	Mittelwert	1,55	1,82	,77	1,06
	N	22	22	22	18
	Standardabweichung	1,26	1,30	1,23	1,43
Total	Mittelwert	,90	1,64	,76	1,00
	N	67	67	67	60
	Standardabweichung	1,18	1,38	1,24	1,34

Tabelle II-1-3: Ergebnisse der Mittelwerte und Standardabweichungen der drei Trainingsgruppen (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) für die Variable *effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben (TN eff.)* im Vortest, Posttest 1, Posttest 2, Transfertest (fern) und Transfertest (nah); Höchstwert jeweils drei Punkte

Bedingung		**Posttest 1** ***TN*** *(eff.)*	**Posttest 2** ***TN*** *(eff.)*	**Transfertest (fern)** ***TN*** *(eff.)*	**Transfertest (nah)** ***TN*** *(eff.)*
Abstrakter Graph	Mittelwert	,13	1,22	,48	,61
	N	23	23	23	23
	Standardabweichung	,34	1,28	,79	1,12
Kontextualisierter Graph	Mittelwert	,27	,95	,27	,74
	N	22	22	22	19
	Standardabweichung	,63	1,13	,70	1,28
Balkenwaage	Mittelwert	,82	1,14	,28	,72
	N	22	22	18	18
	Standardabweichung	,80	,99	,67	1,23
Total	Mittelwert	,40	1,10	,35	,68
	N	67	67	63	60
	Standardabweichung	,68	1,13	,72	1,19

Tabelle II-1-4: Ergebnisse der Mittelwerte und Standardabweichungen der drei Trainingsgruppen (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Basisgruppe für die Variable *korrekte Leistung in den Vergleichsaufgaben* im Vortest, Posttest 1, Posttest 2, Transfertest (fern) und Transfertest (nah); Höchstwert jeweils drei Punkte

Bedingung		**Vortest**	**Posttest1**	**Posttest 2**	**Transfertest (fern)**	**Transfertest (nah)**
Abstrakter Graph	Mittelwert	,91	1,22	1,78	,83	1,00
	N	23	23	23	23	23
	Standardabweichung	,60	,85	1,00	1,03	1,24
Kontextualisierter Graph	Mittelwert	,91	1,32	1,73	,73	,95
	N	22	22	22	22	19
	Standardabweichung	,53	,57	,88	,94	1,35
Balkenwaage	Mittelwert	,91	1,36	1,55	1,05	1,11
	N	22	22	22	22	18
	Standardabweichung	,61	,49	,80	1,09	1,37
Total	Mittelwert	,91	1,30	1,69	,87	1,02
	N	67	67	67	67	60
	Standardabweichung	,57	,65	,89	1,01	1,30
Basisgruppe	Mittelwert	,74	1,15	,67	,59	,15
	N	27	27	27	27	27
	Standardabweichung	,53	,53	,68	,57	,36
Total	Mittelwert	,86	1,26	1,39	,79	,75
	N	94	94	94	94	87
	Standardabweichung	,56	,62	,95	,91	1,16

Anhang II-2 Stichprobenbeschreibung - Voranalysen

Tabelle II-2-1: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalysen mit dem dreifach abgestuften Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) für die abhängigen Variablen *Mathematiknote* und *"Pures Proportionales Denken" im Vortest*

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Vortest	Between Groups	14,435	2	7,217	,718	,492
	Within Groups	643,595	64	10,056		
	Total	658,030	66			
Mathenote	Between Groups	1,252	2	,626	,778	,464
	Within Groups	51,524	64	,805		
	Total	52,776	66			

Tabelle II-2-2: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalysen mit dem vierfach abgestuften Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage und Basisgruppe) für die abhängigen Variablen *Mathematiknote* und *"Pures Proportionales Denken" im Vortest*

		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Vortest	Between Groups	15,111	3	5,037	,557	,645
	Within Groups	814,262	90	9,047		
	Total	829,372	93			
Mathenote	Between Groups	8,124	3	2,708	2,923	,038
	Within Groups	83,376	90	,926		
	Total	91,500	93			

Anhang II-3 "Pures Proportionales Denken": Erwerbskontext

Vorbemerkung: Bei den folgenden Analysen ist darauf zu achten, dass das Signifikanzniveau für eine zweiseitige Testung abgebildet ist. Gemäß den gerichteten Hypothesen werden die Analysen jedoch entsprechend einseitig interpretiert.

Tabelle II-3-1a: Ergebnisse der 3 x 3-faktoriellen Varianzanalyse mit den Faktoren Zeit (PPD: Vortest, Posttest 1, Posttest 2) und Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *"Pures Proportionales Denken"*. Es wurde mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor gerechnet.

Source		**Type III Sum of Squares**	**df**	**Mean Square**	**F**	**Sig.**
PPD (V-P1-P2)	Sphericity Assumed	86,760	2	43,380	11,061	,000
	Greenhouse-Geisser	86,760	1,495	58,015	11,061	,000
	Huynh-Feldt	86,760	1,597	54,341	11,061	,000
	Lower-bound	**86,760**	**1,000**	**86,760**	**11,061**	**,001**
PPD (V-P1-P2) * Mathenote	Sphericity Assumed	10,849	2	5,424	1,383	,255
	Greenhouse-Geisser	10,849	1,495	7,254	1,383	,253
	Huynh-Feldt	10,849	1,597	6,795	1,383	,254
	Lower-bound	10,849	1,000	10,849	1,383	,244
PPD (V-P1-P2) * Bedingung	Sphericity Assumed	9,461	4	2,365	,603	,661
	Greenhouse-Geisser	9,461	2,991	3,163	,603	,614
	Huynh-Feldt	9,461	3,193	2,963	,603	,625
	Lower-bound	9,461	2,000	4,730	,603	,550
Error PPD (V-P1-P2)	Sphericity Assumed	494,177	126	3,922		
	Greenhouse-Geisser	494,177	94,216	5,245		
	Huynh-Feldt	494,177	100,586	4,913		
	Lower-bound	494,177	63,000	7,844		

Tabelle II-3-1b: Ergebnisse der 3 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse mit den geplanten Kontrasten auf dem Faktor Zeit (Level 1 = Vortest, Level 2 = Posttest 1, Level 3 = Posttest 2) für die abhängige Variable *"Pures Proportionales Denken"*

Source	**PPD (V-P1-P2)**	**Type III Sum of Squares**	**df**	**Mean Square**	**F**	**Sig.**
PPD (V-P1-P2)	**Level 1 vs. Level 2**	**100,704**	**1**	**100,704**	**11,332**	**,001**
	Level 2 vs. Level 3	5,628	1	5,628	1,617	,208
PPD (V-P1-P2) * Mathenote	Level 1 vs. Level 2	13,158	1	13,158	1,481	,228
	Level 2 vs. Level 3	,514	1	,514	,148	,702
PPD (V-P1-P2) * Bedingung	Level 1 vs. Level 2	,796	2	,398	,045	,956
	Level 2 vs. Level 3	10,503	2	5,252	1,508	,229
Error PPD (V-P1-P2)	Level 1 vs. Level 2	559,860	63	8,887		
	Level 2 vs. Level 3	219,358	63	3,482		

Tabelle II-3-1c: Ergebnisse der 3 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse für die abhängige Variable *"Pures Proportionales Denken"*; die Effekte der Variablen Bedingung und der Kovariate Mathematiknote

Source	**Type III Sum of Squares**	**df**	**Mean Square**	**F**	**Sig.**
Intercept	312,773	1	312,773	42,726	,000
Mathenote	**41,857**	**1**	**41,857**	**5,718**	**,020**
Bedingung	28,490	2	14,245	1,946	,151
Error	461,184	63	7,320		

Tabelle II-3-2: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *Leistungsanstieg beim "Puren Proportionalen Denken" vom Vortest auf Posttest 1*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	14,170	3	4,723	,532	,662
Intercept	100,704	1	100,704	11,332	,001
Mathenote	13,158	1	13,158	1,481	,228
Bedingung	,796	2	,398	,045	,956
Error	559,860	63	8,887		
Total	928,000	67			
Corrected Total	574,030	66			

Tabelle II-3-3a: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote und Vortestleistung für die abhängige Variable *Leistungsanstieg beim "Puren Proportionalen Denken" von Posttest 1 auf Posttest 2*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	20,836	4	5,209	1,542	,201
Intercept	11,445	1	11,445	3,388	,070
Mathenote	1,396	1	1,396	,413	,523
Vortest	9,895	1	9,895	2,929	,092
Bedingung	**12,439**	**2**	**6,220**	**1,841**	**,167**
Error	209,463	62	3,378		
Total	253,000	67			
Corrected Total	230,299	66			

Tabelle II-3-3b: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit den geplanten Kontrasten auf dem Faktor Bedingung (Level 1 = Abstrakter Graph, Level 2 = Kontextualisierter Graph, Level 3 = Balkenwaage) für die abhängige Variable *Leistungsanstieg beim "Puren Proportionalen Denken" von Posttest 1 auf Posttest 2*

Bedingung Simple Contrast			**Differenz Posttest 2 - Posttest 1**
Level 1 vs. Level 3 (AG-BW)	Contrast Estimate		-1,056
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-1,056
	Std. Error		,551
	Sig.		**,060**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-2,157
		Upper Bound	4,555E-02
Level 2 vs. Level 3 (KG-BW)	Contrast Estimate		-,605
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,605
	Std. Error		,568
	Sig.		,291
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-1,741
		Upper Bound	,531

a Reference category = 3

Anhang II-4 "Pures Proportionales Denken": Transferkontext

Tabelle II-4-1: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem dreifach abgestuften Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote, Leistung in Posttest 2 und Leistung im Vortest für die abhängige *Variable "Pures Proportionales Denken" im Transferkontext (Geschwindigkeit)*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	267,830	5	53,566	8,539	,000
Intercept	3,822	1	3,822	,609	,438
Posttest 2	**191,686**	**1**	**191,686**	**30,555**	**,000**
Vortest	3,575E-02	1	3,575E-02	,006	,940
Mathenote	,295	1	,295	,047	,829
Bedingung	4,301	2	2,151	,343	,711
Error	382,677	61	6,273		
Total	1644,000	67			
Corrected Total	650,507	66			

Tabelle II-4-2: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Testzeitpunkt (Anfang des vierten Schuljahres – Ende des vierten Schuljahres) für die abhängige Variable *"Pures Proportionales Denken" im Transferkontext (Geschwindigkeit)*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	17,409	1	17,409	1,787	,186
Intercept	989,350	1	989,350	101,576	,000
Testzeitpunkt	17,409	1	17,409	1,787	,186
Error	633,098	65	9,740		
Total	1644,000	67			
Corrected Total	650,507	66			

Tabelle II-4-3a: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem vierfach abgestuften Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage und Basisgruppe) sowie der Kovariate Mathematiknote und Vortestleistung für die abhängige Variable "*Pures Proportionales Denken" im Transferkontext (Geschwindigkeit)*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	157,663	5	31,533	3,721	,004
Intercept	128,455	1	128,455	15,159	,000
Mathenote	9,747	1	9,747	1,150	,286
Vortest	**46,799**	**1**	**46,799**	**5,523**	**,021**
Bedingung	**63,507**	**3**	**21,169**	**2,498**	**,065**
Error	745,709	88	8,474		
Total	1893,000	94			
Corrected Total	903,372	93			

<u>Tabelle II-4-3b:</u> Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit den geplanten Kontrasten auf dem Faktor Bedingung (Level 1 = Abstrakter Graph, Level 2 = Kontextualisierter Graph, Level 3 = Balkenwaage, Level 4 = Basisgruppe) für die abhängige Variable "*Pures Proportionales Denken" im Transferkontext (Geschwindigkeit)*

Bedingung Simple Contrast			**"Pures Proportionales Denken" Transfertest (Geschwindigkeit)**
Level 1 vs. Level 4 (AG-Basisgruppe)	Contrast Estimate		1,655
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		1,655
	Std. Error		,844
	Sig.		**,053**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-2,158E-02
		Upper Bound	3,332
Level 2 vs. Level 4 (KG-Basisgruppe)	Contrast Estimate		1,839
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		1,839
	Std. Error		,878
	Sig.		**,039**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	9,516E-02
		Upper Bound	3,583
Level 3 vs. Level 4 (BW-Basisgruppe)	Contrast Estimate		2,081
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		2,081
	Std. Error		,851
	Sig.		**,016**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	,390
		Upper Bound	3,772

a Reference category = 4

Anhang II-5 Toolnutzung - Voranalysen

Tabelle II-5-1: Ergebnisse der Mittelwerte und Standardabweichungen von Mädchen und Jungen für die Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben* im Posttest 1, Posttest 2, Transfertest fern (Geschwindigkeit) und Transfertest nah (Baumischung)

	Geschlecht	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Posttest 1	männlich	33	1,00	1,20	,21
	weiblich	34	,79	1,17	,20
Posttest 2	männlich	33	1,58	1,39	,24
	weiblich	34	1,71	1,38	,24
Transfertest Geschwindigkeit	männlich	33	,76	1,30	,23
	weiblich	34	,76	1,21	,21
Transfertest Baumischung	männlich	28	,96	1,32	,25
	weiblich	32	1,03	1,38	,24

Tabelle II-5-2: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der spontanen Toolnutzung zwischen Mädchen und Jungen im Posttest 1, Posttest 2, Transfertest fern (Geschwindigkeit) und Transfertest nah (Baumischung)

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
Toolnutzung		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference Lower	Upper
Posttest 1	Equal variances assumed	,005	,944	,710	65	,480	,21	,29	-,37	,79
	Equal variances not assumed			,710	64,835	,480	,21	,29	-,37	,79
Posttest 2	Equal variances assumed	,052	,820	-,384	65	,702	-,13	,34	-,81	,55
	Equal variances not assumed			-,384	64,908	,702	-,13	,34	-,81	,55
Transfertest fern	Equal variances assumed	,192	,663	-,023	65	,982	-7,13E-03	,31	-,62	,60
	Equal variances not assumed			-,023	64,308	,982	-7,13E-03	,31	-,62	,61
Transfertest nah	Equal variances assumed	,161	,690	-,191	58	,849	-6,70E-02	,35	-,77	,63
	Equal variances not assumed			-,192	57,521	,848	-6,70E-02	,35	-,77	,63

Anhang II-6 Spontane Toolnutzung

Tabelle II-6-1a: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben* im Posttest 1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	13,929	3	4,643	3,734	,016
Intercept	7,849	1	7,849	6,312	,015
Mathenote	4,779E-02	1	4,779E-02	,038	,845
Bedingung	**13,897**	**2**	**6,949**	**5,588**	**,006**
Error	78,340	63	1,243		
Total	146,000	67			
Corrected Total	92,269	66			

Tabelle II-6-1b: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit den geplanten Kontrasten auf dem Faktor Bedingung (Level 1 = Abstrakter Graph, Level 2 = Kontextualisierter Graph, Level 3 = Balkenwaage) für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben* im Posttest 1

Bedingung Simple Contrast			**Posttest 1** ***(TN)***
Level 1 vs. Level 3 (AG-BW)	Contrast Estimate		-,939
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,939
	Std. Error		,333
	Sig.		**,006**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-1,604
		Upper Bound	-,274
Level 2 vs. Level 3 (KG-BW)	Contrast Estimate		-1,010
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-1,010
	Std. Error		,340
	Sig.		**,004**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-1,689
		Upper Bound	-,331

a Reference category = 3

Tabelle II-6-2a: Ergebnisse der 2 x 3-faktoriellen Varianzanalyse mit den Faktoren Zeit (spontane Toolnutzung: Posttest 1, Posttest 2) und Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben*. Es wurde mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor gerechnet.

Source		**Type III Sum of Squares**	**df**	**Mean Square**	**F**	**Sig.**
spontane Toolnutzung	Sphericity Assumed	6,097	1	6,097	4,593	,036
	Greenhouse-Geisser	6,097	1,000	6,097	4,593	,036
	Huynh-Feldt	6,097	1,000	6,097	4,593	,036
	Lower-bound	**6,097**	**1,000**	**6,097**	**4,593**	**,036**
spontane Toolnutzung * Mathenote	Sphericity Assumed	1,037	1	1,037	,781	,380
	Greenhouse-Geisser	1,037	1,000	1,037	,781	,380
	Huynh-Feldt	1,037	1,000	1,037	,781	,380
	Lower-bound	1,037	1,000	1,037	,781	,380
spontane Toolnutzung * Bedingung	Sphericity Assumed	3,259	2	1,630	1,228	,300
	Greenhouse-Geisser	3,259	2,000	1,630	1,228	,300
	Huynh-Feldt	3,259	2,000	1,630	1,228	,300
	Lower-bound	3,259	2,000	1,630	1,228	,300
Error (spontane Toolnutzung)	Sphericity Assumed	83,623	63	1,327		
	Greenhouse-Geisser	83,623	63,000	1,327		
	Huynh-Feldt	83,623	63,000	1,327		
	Lower-bound	83,623	63,000	1,327		

Tabelle II-6-2b: Ergebnisse der 2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse mit den geplanten Kontrasten auf dem Faktor Bedingung (Level 1 = Abstrakter Graph, Level 2 = Kontextualisierter Graph, Level 3 = Balkenwaage) für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben Posttest 1 und Posttest 2*

Bedingung Simple Contrast			Averaged Variable **Posttest 1-Posttest 2** ***(TN)***
Level 1 vs. Level 3 (AG-BW)	Contrast Estimate		-,603
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,603
	Std. Error		,287
	Sig.		**,039**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-1,176
		Upper Bound	-3,023E-02
Level 2 vs. Level 3 (KG-BW)	Contrast Estimate		-,678
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,678
	Std. Error		,293
	Sig.		**,024**

	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-1,263
		Upper Bound	-9,277E-02

a Reference category = 3

Tabelle II-6-2c: Ergebnisse der 2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben Posttest 1 und Posttest 2;* die Effekte der Variablen Bedingung und der Kovariate Mathematiknote

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	41,360	1	41,360	22,396	,000
Mathenote	1,762	1	1,762	,954	,332
Bedingung	**12,070**	**2**	**6,035**	**3,268**	**,045**
Error	116,345	63	1,847		

Tabelle II-6-3a: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der spontanen Toolnutzung in Posttest 1 und Posttest 2, *Gruppe des Abstrakten Graphen*

		Mean	**Std. Deviation**	**Std. Error Mean**	**95% Confidence Interval of the Difference**		**t**	**df**	**Sig. (2-tailed)**
					Lower	Upper			
Pair 1	sp. Toolnutzung Posttest 1 – sp. Toolnutzung Posttest 2	-,96	1,58	,33	-1,64	-,27	-2,902	22	**,008**

Tabelle II-6-3b: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der spontanen Toolnutzung in Posttest 1 und Posttest 2, *Gruppe des Kontextualisierten Graphen*

		Mean	**Std. Deviation**	**Std. Error Mean**	**95% Confidence Interval of the Difference**		**t**	**df**	**Sig. (2-tailed)**
					Lower	Upper			
Pair 1	sp. Toolnutzung Posttest 1 – sp. Toolnutzung Posttest 2	-1,00	1,57	,34	-1,70	-,30	-2,981	21	**,007**

Tabelle II-6-3c: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der spontanen Toolnutzung in Posttest 1 und Posttest 2, *Gruppe der Balkenwaage*

		Mean	**Std. Deviation**	**Std. Error Mean**	**95% Confidence Interval of the Difference**		**t**	**df**	**Sig. (2-tailed)**
					Lower	Upper			
Pair 1	sp. Toolnutzung Posttest 1 – sp. Toolnutzung Posttest 2)	-,27	1,72	,37	-1,04	,49	-,742	21	,466

Tabelle II-6-4: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben im Transfertest fern (Geschwindigkeit)*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	9,177	3	3,059	2,072	,113
Intercept	18,776	1	18,776	12,719	,001
Mathenote	5,273	1	5,273	3,572	,063
Bedingung	5,057	2	2,528	1,713	,189
Error	93,002	63	1,476		
Total	141,000	67			
Corrected Total	102,179	66			

Tabelle II-6-5a: Ergebnisse der 2 x 3-faktoriellen Varianzanalyse mit den Faktoren Zeit (spontane Toolnutzung: Transfertest fern, Transfertest nah) und Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben*. Es wurde mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor gerechnet.

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
spontane Toolnutzung	Sphericity Assumed	,378	1	,378	,435	,512
	Greenhouse-Geisser	,378	1,000	,378	,435	,512
	Huynh-Feldt	,378	1,000	,378	,435	,512
	Lower-bound	,378	1,000	,378	,435	,512
spontane Toolnutzung * Mathenote	Sphericity Assumed	7,901E-02	1	7,901E-02	,091	,764
	Greenhouse-Geisser	7,901E-02	1,000	7,901E-02	,091	,764
	Huynh-Feldt	7,901E-02	1,000	7,901E-02	,091	,764
	Lower-bound	7,901E-02	1,000	7,901E-02	,091	,764
spontane Toolnutzung * Bedingung	Sphericity Assumed	1,286	2	,643	,740	,482
	Greenhouse-Geisser	1,286	2,000	,643	,740	,482
	Huynh-Feldt	1,286	2,000	,643	,740	,482
	Lower-bound	1,286	2,000	,643	,740	,482
Error (spontane Toolnutzung)	Sphericity Assumed	48,657	56	,869		
	Greenhouse-Geisser	48,657	56,000	,869		
	Huynh-Feldt	48,657	56,000	,869		
	Lower-bound	48,657	56,000	,869		

Tabelle II-6-6b: Ergebnisse der 2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben Transfertest (fern) Transfertest (nah);* die Effekte der Variablen Bedingung und der Kovariate Mathematiknote

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	40,028	1	40,028	15,674	,000
Mathenote	8,783	1	8,783	3,439	,069
Bedingung	3,970	2	1,985	,777	,465
Error	143,011	56	2,554		

Tabelle II-6-6a: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der spontanen Toolnutzung im Transfertest fern (Geschwindigkeit) und Transfertest nah (Baumischungen), *Gruppe des Abstrakten Graphen*

		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	sp. Toolnutzung Transfertest (fern) - sp. Toolnutzung Transfertest (nah)	4,35E-02	1,55	,32	-,63	,71	,134	22	,894

Tabelle II-6-6b: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der spontanen Toolnutzung im Transfertest fern (Geschwindigkeit) und Transfertest nah (Baumischungen), *Gruppe des Kontextualisierten Graphen*

		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	sp. Toolnutzung Transfertest (fern) - sp. Toolnutzung Transfertest (nah)	-,47	1,12	,26	-1,02	6,80E-02	-1,837	18	,083

Tabelle II-6-6c: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der spontanen Toolnutzung im Transfertest fern (Geschwindigkeit) und Transfertest nah (Baumischungen), *Gruppe der Balkenwaage*

		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	sp. Toolnutzung Transfertest (fern) - sp. Toolnutzung Transfertest (nah)	-,11	1,13	,27	-,67	,45	-,416	17	,682

Tabelle II-6-7: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *spontane Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben im Transfertest nah (Baumischungen)*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	5,372	3	1,791	,997	,401
Intercept	24,095	1	24,095	13,409	,001
Mathenote	5,264	1	5,264	2,929	,093
Bedingung	,400	2	,200	,111	,895
Error	100,628	56	1,797		
Total	166,000	60			
Corrected Total	106,000	59			

Anhang II-7 Effektive Toolnutzung

Tabelle II-7-1a: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben* im Posttest 1

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	4,567	3	1,522	3,862	,013
Intercept	1,125	1	1,125	2,853	,096
Mathenote	3,203E-04	1	3,203E-04	,001	,977
Bedingung	**4,544**	**2**	**2,272**	**5,763**	**,005**
Error	24,836	63	,394		
Total	38,000	67			
Corrected Total	29,403	66			

Tabelle II-7-1b: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit den geplanten Kontrasten auf dem Faktor Bedingung (Level 1 = Abstrakter Graph, Level 2 = Kontextualisierter Graph, Level 3 = Balkenwaage) für die abhängige Variable *effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben* im Posttest 1

Bedingung Simple Contrast			**Posttst 1** ***(TN eff.)***
Level 1 vs. Level 3 (AG-BW)	Contrast Estimate		-,597
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,597
	Std. Error		,187
	Sig.		**,002**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-,971
		Upper Bound	-,223
Level 2 vs. Level 3 (KG-BW)	Contrast Estimate		-,501
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,501
	Std. Error		,191
	Sig.		**,011**
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-,883
		Upper Bound	-,118

a Reference category = 3

Tabelle II-7-2a: Ergebnisse der 2 x 3-faktoriellen Varianzanalyse mit den Faktoren Zeit (effektive Toolnutzung: Posttest 1, Posttest 2) und Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote *für die abhängige Variable effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben*. Es wurde mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor gerechnet.

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
effektive Toolnutzung	Sphericity Assumed	8,708	1	8,708	11,223	,001
	Greenhouse-Geisser	8,708	1,000	8,708	11,223	,001
	Huynh-Feldt	8,708	1,000	8,708	11,223	,001
	Lower-bound	**8,708**	**1,000**	**8,708**	**11,223**	**,001**
effektive Toolnutzung * Mathenote	Sphericity Assumed	2,258	1	2,258	2,911	,093
	Greenhouse-Geisser	2,258	1,000	2,258	2,911	,093
	Huynh-Feldt	2,258	1,000	2,258	2,911	,093
	Lower-bound	2,258	1,000	2,258	2,911	,093
effektive Toolnutzung * Bedingung	Sphericity Assumed	1,861	2	,931	1,200	,308
	Greenhouse-Geisser	1,861	2,000	,931	1,200	,308
	Huynh-Feldt	1,861	2,000	,931	1,200	,308
	Lower-bound	1,861	2,000	,931	1,200	,308
Error (effektive Toolnutzung)	Sphericity Assumed	48,879	63	,776		
	Greenhouse-Geisser	48,879	63,000	,776		
	Huynh-Feldt	48,879	63,000	,776		
	Lower-bound	48,879	63,000	,776		

Tabelle II-7-2b: Ergebnisse der 2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse mit den geplanten Kontrasten auf dem Faktor Bedingung: (Level 1 = Abstrakter Graph, Level 2 = Kontextualisierter Graph, Level 3 = Balkenwaage) *für die abhängige Variable effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben Posttest 1 und Posttest 2*

Bedingung Simple Contrast			Averaged Variable **Posttest 1-Posttest 2 (TN eff.)**
Level 1 vs. Level 3 (AG-BW)	Contrast Estimate		-,312
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,312
	Std. Error		,195
	Sig.		,115
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-,702
		Upper Bound	7,820E-02
Level 2 vs. Level 3 (KG-BW)	Contrast Estimate		-,389
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-,389
	Std. Error		,199
	Sig.		,056
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-,787
		Upper Bound	9,659E-03

a Reference category = 3

Tabelle II 7-2c: Ergebnisse der 2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse *für die abhängige Variable effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben Posttest 1 und Posttest 2;* die Effekte des Faktors Bedingung und der Kovariate Mathematiknote

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	9,904	1	9,904	23,135	,000
Mathenote	1,168	1	1,168	2,727	,104
Bedingung	1,844	2	,922	2,154	,124
Error	26,970	63	,428		

Tabelle II-7-3a: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der effektiven Toolnutzung in Posttest 1 und Posttest 2, *Gruppe des Abstrakten Graphen*

		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	effektive Toolnutzung Posttest 1 - Posttest 2	-1,04	1,26	,26	-1,59	-,50	-3,970	22	**,001**

Tabelle II-7-3b: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der effektiven Toolnutzung in Posttest 1 und Posttest 2, *Gruppe des Kontextualisierten Graphen*

		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	effektive Toolnutzung Posttest 1 - Posttest 2	-,77	1,27	,27	-1,34	-,21	-2,854	21	**,009**

Tabelle II-7-3c: Ergebnisse des T-Tests für den Vergleich der effektiven Toolnutzung in Posttest 1 und Posttest 2, *Gruppe der Balkenwaage*

		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	effektive Toolnutzung Posttest 1 - Posttest 2	-,45	1,26	,27	-1,01	,11	-1,689	21	,106

Tabelle II-7-4: Ergebnisse der einfaktoriellen Varianzanalyse mit dem Faktor Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *effektive Toolnutzung im Transfertest (fern, Geschwindigkeit)*

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	3,801	3	1,267	2,015	,121
Intercept	7,406	1	7,406	11,782	,001
Mathenote	**3,273**	**1**	**3,273**	**5,207**	**,026**
Bedingung	,657	2	,328	,523	,596
Error	39,602	63	,629		
Total	52,000	67			
Corrected Total	43,403	66			

Tabelle II-7-5a: Ergebnisse der 2 x 3-faktoriellen Varianzanalyse mit den Faktoren Zeit (effektive Toolnutzung: Transfertest fern, Transfertest nah) und Bedingung (Abstrakter Graph, Kontextualisierter Graph, Balkenwaage) sowie der Kovariate Mathematiknote für die abhängige Variable *effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben*. Es wurde mit Messwiederholung auf dem ersten Faktor gerechnet.

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
effektive Toolnutzung	Sphericity Assumed	1,674	1	1,674	3,425	,070
	Greenhouse-Geisser	1,674	1,00	1,674	3,425	,070
	Huynh-Feldt	1,674	1,00	1,674	3,425	,070
	Lower-bound	**1,674**	**1,00**	**1,674**	**3,425**	**,070**
effektive Toolnutzung * Mathenote	Sphericity Assumed	,416	1	,416	,851	,360
	Greenhouse-Geisser	,416	1,00	,416	,851	,360
	Huynh-Feldt	,416	1,00	,416	,851	,360
	Lower-bound	,416	1,00	,416	,851	,360
effektive Toolnutzung * Bedingung	Sphericity Assumed	2,504E-02	2	1,252E-02	,026	,975
	Greenhouse-Geisser	2,504E-02	2,00	1,252E-02	,026	,975
	Huynh-Feldt	2,504E-02	2,00	1,252E-02	,026	,975
	Lower-bound	2,504E-02	2,00	1,252E-02	,026	,975
Error (effektive Toolnutzung)	Sphericity Assumed	27,368	56	,489		
	Greenhouse-Geisser	27,368	56,00	,489		
	Huynh-Feldt	27,368	56,00	,489		
	Lower-bound	27,368	56,00	,489		

Tabelle II 7-5b: Ergebnisse der 2 (Zeit) x 3 (Bedingung)-faktoriellen Varianzanalyse *für die abhängige Variable effektive Toolnutzung bei den Vergleichsaufgaben Transfertest (fern) und Transfertets (nah);* die Effekte des Faktors Bedingung und der Kovariate Mathematiknote

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Intercept	25,878	1	25,878	15,716	,000
Mathenote	9,372	1	9,372	5,692	,020
Bedingung	,795	2	,397	,241	,786
Error	92,212	56	1,647		