# Stochastik Arithmetik
# SA
# $\alpha$ version

Michael Pfender*

July 8, 2014

**Abstract**

Stochastics as theoryies of symmetry assumptions, e. g. of symmetry of dice; sum and product of dice events; addition and multiplication of discrete equidistributions; stochastic semi integrity domains over the rationals; measurable sets of stochastic numbers and dots, Cantor dust and Sierpinski Teppich.

## Contents



## Einleitung

Meine **These:** Stochastische Aussagen beruhen immer auf SYMMETRIE-**Annahmen** und scheitern regelmäßig, wenn verborgene Parameter für (verborgene) Symmetrien/Asymmetrien sorgen.

*michael.pfender@alumni.tu-berlin.de

**Beispiel:** Ein Tokio Professor berichtete an der TU über einen Rekord in der erkannten Stellenanzahl der Kreiszahl $\pi$ mit 2 erstaunlichen Seiten-Bemerkungen:

- späte lange Stellensequenzen von $\pi$ bestehen jeden bekannten Test auf *Zufälligkeit.*
- in hexadekadischer Entwicklung bekommt man regelmäßig spätere Stellen algorithmisch *vor* den Stellen dazwischen.

Also ist die Kreis-Symmetrie, symmetrischste aller Symmetrien, durch (nur bekannte?) Tests auf Nicht-nicht-Zufälligkeit in "reellen" Zahlen nicht erkennbar.

# 1 Addition und Multiplikation von diskreten Gleichverteilungen

## 1.1 Start mit Würfeln

Wir notieren den gleichverteilten Würfel—*6Seit*—als

$$\mathbf{6} = (1/6 : 1, 1/6 : 2, 1/6 : 3, \ldots, 1/6 : 6).$$

Addition $\mathbf{6} + \mathbf{6}$ von 2 6Seit Verteilungen:

$$\begin{aligned}
\mathbf{6} + \mathbf{6} \quad &= \quad (\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} : 1 + 1, && (1)\\
&\quad\; 1/6^2 : 1 + 2, 1/6^2 : 2 + 1, && (2)\\
&\quad\; 1/6^2 : 1 + 3, 1/6^2 : 2 + 2, 1/6^2 : 3 + 1, && (3)\\
&\quad\; \ldots && (4)\\
&\quad\; 1/36 : 6 + 6. && (5)
\end{aligned}$$

[ Das ist ein "ideal-symmetrisches" Würfel-*Modell,* ein *echter* Würfel. Ein etwas realeres Modell wäre

$$(\frac{1}{6 + \delta_j} : 1 + j)_{0 \leq \mathrm{J} \leq 5}, \;\; \delta_j \ll 1, \qquad (6)$$

$$\text{z. B. } \delta_6 < 0 \text{ (warum?), oder } \sum \delta_j > 0 : \qquad (7)$$

Würfel mag nicht auf dem Tisch bleiben.]

Analog für die anderen platonischen Körper

- $\mathbf{4}$ : *Tetraeder,*

- (**6** : *Hexaeder,*)
- **8**: *Oktaeder* (Standard Doppelpyramide),
- **12** : *Dodekaeder,*
- **20** : *Ikosaeder,*

sowie den Doppelpyramiden

$$(\mathbf{2 \cdot 3},\ \mathbf{2 \cdot 4 = 8},\ \ \mathbf{2 \cdot 5},\ \ \ldots,\ \ \mathbf{2 \cdot n},\ \ldots).$$

## 1.2 Multiplikation von 2 Gleichverteilungen

$$\begin{aligned}
\mathbf{6} \odot \mathbf{6} \quad = \quad & (\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} : 1 \cdot 1, & (8)\\
& 1/6^2 : 1 \cdot 2, 1/6^2 : 2 \cdot 1, & (9)\\
& 1/6^2 : 1 \cdot 3, 1/6^2 : 2 + 2, 1/6^2 : 3 \cdot 1, & (10)\\
& 1/6^2 : 1 \cdot 4, 1/6^2 : 2 \cdot 2, 1/6^2 : 4 \cdot 1, & (11)\\
& 1/6^2 : 1 \cdot 5, 1/6^2 : 5 \cdot 1,\ (5 \text{ is prime}), & (12)\\
& \ldots & (13)\\
& 1/36 : 6 \cdot 6 & (14)\\
& ) & (15)\\
= \quad & (1/36 : 1,\ 2/36 : 2,\ 2/36 : 3,\ 3/36 : 4, & (16)\\
& 2/36 : 5,\ 4/36 : 6,\ 2/36 : 7,\ 4/36 : 8, & (17)\\
& 3/36 : 9,\ \ldots\ , & (18)\\
& \ldots & (19)\\
& 4/36 : 35, & (20)\\
& 9/36 : 36 & (21)\\
& ). & (22)
\end{aligned}$$

(36 hat 9 Produktzerlegungen mit je 2 Faktoren.)

## Multiplikation mit einem Skalar

Skalare als Verteilungen:

$$n == (1/1 : n);\ n \in \mathbb{N}_> = \{1, 2, 3, \ldots\}.$$

### 1.3 Questions, Conjectures, Problems

(a) combinatorial **exercise:** calculate the number of binary product decompositions of $n \in \mathbb{N}_>$.

(b) **conjecture:** the closure of the above finite discrete *Verteilungen* under addition and multiplication forms a unitary commutative semiring, even an *integrity* semi*domain*:

Addition gives a commutative semigroup, multiplication gives a commutative simplifiable monoid with $1 \in \mathbb{N}$ as unit, multiplication distributes over addition.

NNO $\mathbb{N}$ is embedded as such an integrity semidomain.

(c) add infinite such Verteilungen.

(d) replace in the above $\mathbb{N}_>$ by the positive rationals $\mathbb{Q}_>$, and get the corresponding **conjecture.** Use CANTOR counting of $\mathbb{Q}_>$ for writing up the *sequence*

$$(\ldots,\ q : \frac{a}{b},\ \ldots);$$

$$q \in \mathbb{Q} \textit{ probability} \text{ for } \textit{Ereignis } \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}_>.$$

(e) **extend** by $\sqrt[2]{2}$ and then by the other square roots (and **count**).

(f) **extend** into the domain $\mathbb{A}_>$ of positive algebraic numbers.

(g) **extend** by $\pi$ and/or $e$, (and count). This gives one or two new *algebraico-logical* dimensions.

## 2 (Abzählbare) meßbare Mengen von stochastischen Zahlen

Abzählbare PUNKTmengen haben Lebesgue-Maß Null. Stochastische Zahlen sind keine Punkte, sondern (mindestens infinitesimal kleine) Flecken.

Die (abzählbare) Vereinigung aller (infinitesimalen, DIRAC) Verteilungen von rationalen Zahlen auf $[0,1]_{\mathbb{Q}}$ hat ***RationalMaß*** 1, die dieser Verteilungen auf ganz $\mathbb{Q}$ hat RationalMaß $+\infty$, eine reelle Zahl—Folge rationaler Zahlen—im Sinne von *Standard Analysis,* Pfender TUB Mathematik preprint 2014.

**Definition:** Eine meßbare ***Menge*** ist eine (abzählbare) Vereinigung stochastischer *Punkte.* Dabei ist ein **stochastischer *Punkt,*** ein ***Fleck,*** die Verallgemeinerung einer stochastischen Zahl im *Rahmen* von
$\mathbb{Q}^2 = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}^3$ etc. ,$\mathbb{Q}[\sqrt{2}]^n$ etc. ,$\mathbb{Q}[\pi, e]^*$.

Diese *Stochastik Mengen* bilden eine (abzählbare) **boolesche Algebra,** mit abzählbaren Vereinigungen und Durchschnitten, eine $\Sigma$-**Algebra,** je einzeln in den Rahmen

$$[0,1]_{\mathbb{Q}},\ \mathbb{Q},\ \ldots,\ [0,1]_{\mathbb{Q}[\pi,e]^{\infty}},\ \mathbb{Q}[\pi,e]^*$$

sowie im Rahmen von Vereinigungen von solchen Rahmen: Das **definiert** *meßbare Mengen im Allgemeinen,* möglicherweise noch versehen mit komplexer Struktur oder Quaternionen-Struktur etc. , vgl. a. a. O.

**Erklärung:** Alle EinheitsIntervallObermengen von $[0,1]_{\mathbb{Q}} \subset \mathbb{Q}[\pi,e]^*$ haben *Rational* dim 1 *Maß* 1, ebenso dichte Teilmengen wie etwa die Menge $0.2^*$ der Binärzahlen innerhalb $[0,1]$.

Nirgends dichte Mengen auf $[0,1]$ wie etwa der CANTOR Staub, haben Rational dim 1 Maß 0.

Ein Punkt hat rational dim 0 Maß 1, der Cantor Staub hat als abzählbare Vereinigung von Punkten das rational dim 0 Maß $\infty$.

Das rationale EinheitsQuadrat $[0,1]_{\mathbb{Q}} \times [0,1]_{\mathbb{Q}}$ hat dim 2 Maß

$$\mu_2[0,1]^2 = 1,$$

ebenso alle EinheitsQuadratObermengen davon.

Der SIERPINSKI Teppich, dicht im Standard 2 Simplex (diagonal halbiertes EinheitsQuadrat) hat dim 2 Maß

$$\mu_2(\text{sierp}) = 1/2.$$

Er hat dim 1 Maß

$$\begin{aligned}
\mu_1(\text{sierp}) &= (1+1+\sqrt{2}) + 4\frac{1}{2}(1+1+\sqrt{2}) + \ldots && (23)\\
&= 2+\sqrt{2} + 2(2+\sqrt{2}) + 2^2(2+\sqrt{2}) + \ldots && (24)\\
&\approx \infty. && (25)
\end{aligned}$$

[Das war jetzt sehr kompakt, ich bin gespannt auf Einwände und Kommentare, also in English or French.]

– – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – – –

Eine erweiternde $\beta$ Version soll folgen.

==================================================